
9 TEORIA PIAGETIANA: OS PROCESSOS COGNITIVOS NO PENSAMENTO LÓGICO - MATEMÁTICO DA CRIANÇA

Maria do Socorro Batista de Jesus Cruz

Doutoranda no Programa de Doutorado Multi-Institucional e Multidisciplinar em Difusão do Conhecimento da Universidade Federal da Bahia (UFBA). Mestre em Desenho, Cultura e Interatividade pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS).

E-mail: help.cruz@hotmail.com

Eudaldo Francisco dos Santos Filho

Doutorado em Difusão do Conhecimento pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Mestre em Desenho, Cultura e Contemporaneidade pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). Coordenador do LBI - Laboratório de Biometria e Imagem e Professor de Desenvolvimento de Projetos I, II, III, IV no Curso de Desenho Industrial e TCC I e II no curso de Pedagogia da Universidade do Estado da Bahia (UNEB).

E-mail: eudaldofilho@gmail.com

José Mário Araújo

Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professor da área de tecnologia em eletroeletrônica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia.

E-mail: araujo@ieee.org

RESUMO

Este artigo é uma produção organizada a partir das principais ideias de Jean Piaget, sua abordagem sobre o desenvolvimento cognitivo e o pensamento lógico-matemático da criança, os processos de equilíbrio e acomodação, a inteligência, o pensamento e a linguagem. A escolha do tema se justifica pelo desejo de averiguar as implicações do pensamento lógico-matemático no desenvolvimento cognitivo dos estudantes de modo geral. Destaca-se a evolução mental do sujeito e como a cognição se desenvolve na aprendizagem de conceitos matemáticos. O trabalho tem um cunho investigativo e, utilizou-se como metodologia a revisão de literatura ou revisão bibliográfica, tendo em vista que a pesquisa versa sobre alguns livros e colaboradores do trabalho desenvolvido pelo epistemólogo Piaget durante muitas décadas. Descreve os períodos ou fases de desenvolvimento dos indivíduos, concentrando-se, principalmente, nos períodos da inteligência concreta e das operações formais. Concluiu-se que Jean Piaget trouxe inúmeras contribuições para o estudo da mente das crianças e adolescentes que ainda hoje são utilizadas por psicólogos e educadores para embasar suas pesquisas, bem como analisar como se prescreve a passagem de um período a outro e como se caracteriza o pensamento lógico-matemático nos indivíduos. Há um desenvolvimento de modo universal e constante ou em alguma etapa da vida existe um declínio em decorrência do avanço da idade dos indivíduos? Sugere-se a continuidade da pesquisa desde as observações e experimentos com crianças e pré-adolescentes, confrontando-os com os achados de Piaget, de modo a ratificar ou não o seu trabalho. Em tempo, sugere-se a tabulação dos dados apresentados conforme os achados em face da empiria utilizada e na sequência divulgar os resultados.

Palavras-chave: Cognição. Aprendizagem. Lógico-Matemático.

ABSTRACT

This article is a production organized from Jean Piaget's, his approach to the child's cognitive development and logical-mathematical thinking, the processes of balance and accommodation, intelligence, thought and language. The choice of the theme is justified by the desire to investigate the implications of logical-mathematical thinking on the cognitive development of students in general. It highlights the mental evolution of the subject and how cognition develops in learning mathematical concepts. The work has an investigative nature and was used as methodology the literature review or literature review, considering that the research is about some books and collaborators of the work developed by Piaget epistemologist for many decades. It describes the periods or phases of development of individuals, focusing mainly on the periods of concrete intelligence and formal operations. It was concluded that Jean Piaget brought numerous contributions to the study of the minds of children and teenagers who are still used today by psychologists and educators to support their research, as well as to analyze how the transition from one period to another is prescribed and how logical-mathematical thinking in individuals. Is there a universal and constant development or at some stage in life is there a decline due to the advancing age of individuals? It is suggested to continue the research from the observations and experiments with children and teenagers, confronting them with Piaget's findings, in order to ratify or not their work. In time, it is suggested to tabulate the data presented according to the findings in view of the empiric used and then to disclose the results.

Keywords: Cognition. Learning. Logical-Mathematical.

9.1 INTRODUÇÃO

O presente artigo aborda algumas concepções de Jean Piaget e o desenvolvimento de sua teoria em relação ao aprendizado matemático. Descreve também os estágios ou etapas do desenvolvimento mental das crianças e sua relação com a construção do conhecimento. Sua obra é composta por mais de 50 livros e 300 artigos, seus primeiros livros foram um esboço de sua Teoria Epistemológica Genética. O objetivo de sua pesquisa buscava entender como o sujeito passaria de um conhecimento menor para um nível mais elevado de conhecimento.

A formação inicial de Piaget influenciou todo seu estudo, inicialmente, na perspectiva dos instrumentos científicos que utilizou para comprovar empiricamente a sua tese, que explica o desenvolvimento da inteligência da criança, pois se baseia sempre na interação do sujeito com os objetos.

Os trabalhos desenvolvidos por Piaget conduziram à ideia da utilização do modelo lógico-matemático como um elemento de análise de descrição de como funciona o desenvolvimento da inteligência nas crianças. O cerne deste trabalho são os processos cognitivos no pensamento lógico-matemático na criança. Neste, são usados o agrupamento e o grupo (inversão, negação, reciprocidade e correlatividade) para explicar como se desenvolve e se organizam as estruturas cognitivas do indivíduo.

A pesquisa se assenta na etapa de desenvolvimento mental descrito acima, por entender que são escassas na literatura as investigações que evidenciam o pensamento lógico-matemático como um dos estágios apresentados pelas crianças em momento específico de suas vidas. Este período ocorre por volta dos (7-11) anos e sucede os quatro estágios, imediatamente, anteriores: 1.º, 2.º e 3.º (período de lactância), 4.º (estágio pré-operatório).

Salienta-se que, embora seu trabalho se pautasse na observação, descrição e experimento, ainda existem situações que poderiam ser melhor explicitadas. As ações propostas poderiam ser descritas de maneira mais detalhada, uma vez que há uma insuficiência de dados mais específicos da empiria realizadas com as crianças e pré-adolescentes. Com isso, dá-se espaço para questionamentos sobre como o pensamento lógico se estabelece ao longo da vida. O ciclo da vida humana estabelece etapas de desenvolvimento totalmente definidas (universais e constantes), ou cada indivíduo tem seu ritmo de aprendizagem, em que cada um progride de forma particular e única?

O critério de escolha adotado para a seleção da bibliografia utilizada neste trabalho se deu através da revisão de literatura, em que analisaram as obras publicadas do psicólogo

genético Piaget que versavam sobre o tema, tal como outros pesquisadores que contribuíram ou ponderaram sobre a sua pesquisa.

A proposta aqui apresentada tem por objetivo compreender a teoria de Piaget a começar do estudo dos estágios de desenvolvimento mental da criança, especificamente, o estágio das operações concretas e o estágio das operações formais, nos quais se processa o pensamento lógico-matemático. A metodologia utilizada foi a revisão bibliográfica, a qual se utilizou de artigos e livros de Piaget e outros autores.

Jean Piaget trouxe inúmeras contribuições para o estudo dos processos cognitivos das crianças e adolescentes que ainda hoje são utilizadas para embasar pesquisas de muitos outros pesquisadores que visam compreender como se processa a aquisição do conhecimento, assim como se caracteriza cada fase desse desenvolvimento nos sujeitos nas diferentes faixas etárias. O estágio das operações concretas foi descrito criteriosamente, tanto quanto sua passagem para as operações formais, etapa em que os pré-adolescentes saem da fase que precisam manipular objetos para uma melhor compreensão e passam para as abstrações. A partir da comprovação de sua teoria, outros pesquisadores puderam aprofundar seus estudos tomando o trabalho de Piaget como ponto de partida.

9.2 PIAGET E SUA TEORIA

Jean Piaget nasceu em Neuchâtel na Suíça em 1896 e, desde os 16 anos seu interesse pela Zoologia é aparente, o que demonstrou uma rara precocidade científica. Aos 21 anos se licenciou em Ciências Naturais e aos 22 anos se tornou doutor em Ciências com uma tese dedicada à divisão dos moluscos defendida nos Alpes Valesianos.

A ideia principal de todo o seu trabalho procura compreender a formação dos mecanismos mentais da criança, condição indispensável para todos aqueles que se interessam em compreender sua natureza e funcionamento no adulto (PIAGET, 2011). Assim, segundo o pesquisador,

[...] a única interpretação psicológica que pode ser dada é a genética, ligada à anatomia do desenvolvimento, quer no campo da inteligência, das operações lógicas, das noções de número, de espaço e de tempo, quer no campo da percepção, das “constâncias” perceptivas, das ilusões geométricas (PIAGET, 2011).

Os estudos de Piaget sobre o desenvolvimento da criança versam sobre os mecanismos descobertos pela psicanálise e pelo cognitivismo, no qual está centrada a sua teoria, afirmando

que o desenvolvimento natural das crianças passa por quatro fases até chegar a sua plena capacidade cognitiva.

Para comprovar a sua teoria, Piaget pesquisou o comportamento de seus três filhos através do estudo do pensamento verbal, verificando que as ações constituem o ponto das novas operações da inteligência. Percebe-se que as operações irão se constituir em duas etapas sucessivas: a concreta (entre 7 e 11 anos) e, outra formal ou proposicional, que ocorre depois dos (11-12) anos.

Alguns dos trabalhos publicados por Piaget indicam que foram usados apenas observações cuidadosas do comportamento, não existindo qualquer tipo de intervenção. Todavia, em sua maioria, seus experimentos têm algum tipo de intervenção experimental. Por vezes, as intervenções consistiram em apenas introduzir algum estímulo em momento específico de uma sequência apresentada a partir da ação espontânea do indivíduo.

Suas descobertas tiveram impacto direto na pedagogia, porém, mostraram o lado restrito dessa transmissão de conhecimento, as limitações que o processo de ensino e aprendizagem enfrentam no momento de sua prática. Não se pode fazer a criança aprender aquilo que ela não tem capacidade suficiente de absorver. Ainda que tivesse condições antecedentes, a criança não vai se interessar por conteúdos que não lhes façam falta no processo cognitivo (PIAGET, 2011).

O teórico aponta que na criança o conhecimento se dá depois das descobertas que ela faz em contato com o objeto que se relaciona, outros pesquisadores, como Jerome Bruner (1964), Seymour Papert (1994), também admitiram essa possibilidade, corroborando às ideias de Piaget que a comprovou pragmaticamente. O aprendizado é construído pelo indivíduo e, não repassado por outra pessoa, assim então, Piaget inaugura o construtivismo cuja base está no cognitivismo.

A teoria cognitivista de Piaget está pautada no indivíduo e nos processos cognitivos aos quais ele está associado. A construção do conhecimento acontece através da interação da experiência sensorial e da razão, da interação com o meio (pessoas e objetos), da atribuição de significados à realidade em que se está inserido.

Há uma preocupação com processo de compreensão, transformação, armazenamento, e uso da informação envolvidos na cognição, sendo o sujeito o agente do processo. Piaget (2011) entende que,

[...] Da mesma maneira que um corpo está em evolução até atingir um nível relativamente estável – caracterizado pela conclusão do crescimento e pela maturidade dos órgãos -, também a vida mental pode ser concebida como evoluindo na direção de uma forma de equilíbrio final, representada pelo espírito adulto. O desenvolvimento mental é uma construção contínua, comparável à edificação de um

grande prédio que, à medida que se acrescenta algo, ficará mais sólido, ou à montagem de um mecanismo delicado, cujas fases gradativas de ajustamento conduziriam a uma flexibilidade e uma mobilidade das peças tanto maiores quanto mais estável se tornasse o equilíbrio (PIAGET, 2011, p. 13).

Assim sendo, em consonância às ideias propagadas por Piaget (2011), o desenvolvimento do indivíduo será uma equilibração crescente, uma passagem que parte de um estado de menor equilíbrio e segue avançando para outro estado de equilíbrio superior ao antecedente. A construção de conhecimento é uma crescente e permanente busca de situações em que o indivíduo se ocupa em formular propostas de entendimento de determinado objeto ou situação, simulando o conforto e equilíbrio do entendimento, que vislumbre o domínio do objeto observado, equilíbrio.

“A maneira pela qual se dá a incorporação e as estruturas às quais os elementos são incorporados variam muito” (FLAVELL, 1996, p. 45). Apesar de existir essa variedade de modos de incorporação o processo de assimilar ocorrerá sempre que a adaptação acontecer. Este é o motivo pelo qual Piaget se refere à assimilação como uma invariante funcional (FLAVELL, 1996, p. 45).

Em seus mais de 30 anos pesquisando como se desenvolve a mente de uma criança, Piaget conclui que é pouco provável que as operações lógicas sejam inatas na criança, mesmo sendo as próprias conexões nervosas estruturas análogas às que estão presentes na lógica formal. Conseqüentemente, as formas de organização da atividade mental, são também denominadas por estruturas variáveis que se apresentam sob dois aspectos: o motor ou intelectual e as dimensões individual e social (interindividual) que aparecem sucessivamente a partir de seis estágios ou períodos de desenvolvimento descritos a seguir,

1.º O estágio dos reflexos, ou mecanismos hereditários, das primeiras tendências instintivas (nutrições) e primeiras emoções;

2.º O estágio dos primeiros hábitos motores e das primeiras percepções organizadas e primeiros sentimentos diferenciados;

3.º O estágio da inteligência senso-motora ou prática (antecede a linguagem), das regulações afetivas elementares, como também das primeiras fixações exteriores da afetividade;

(1.º; 2.º e 3.º constituem o período de lactância que vai até, aproximadamente, dois anos e antecede ao desenvolvimento da linguagem e do pensamento);

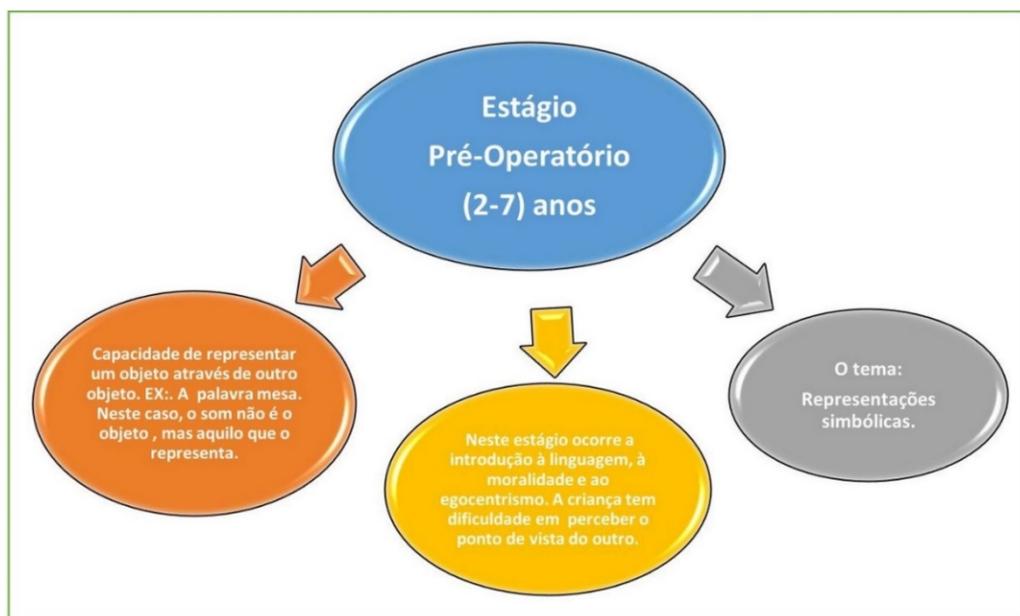
Figura 1 - Estágio Sensório-motor (0-2) anos



Fonte: Elaboração própria.

4.º O estágio da inteligência intuitiva, dos sentimentos interindividuais espontâneos e das relações sociais de submissão ao adulto (de 2 a 7 anos ou segunda parte da “primeira infância);

Figura 2 - Estágio Pré-operatório (2-7) anos



Fonte: Elaboração própria.

5.º O estágio das operações intelectuais concretas (começo da lógica) e dos sentimentos morais e sociais de cooperação (7-11) anos;

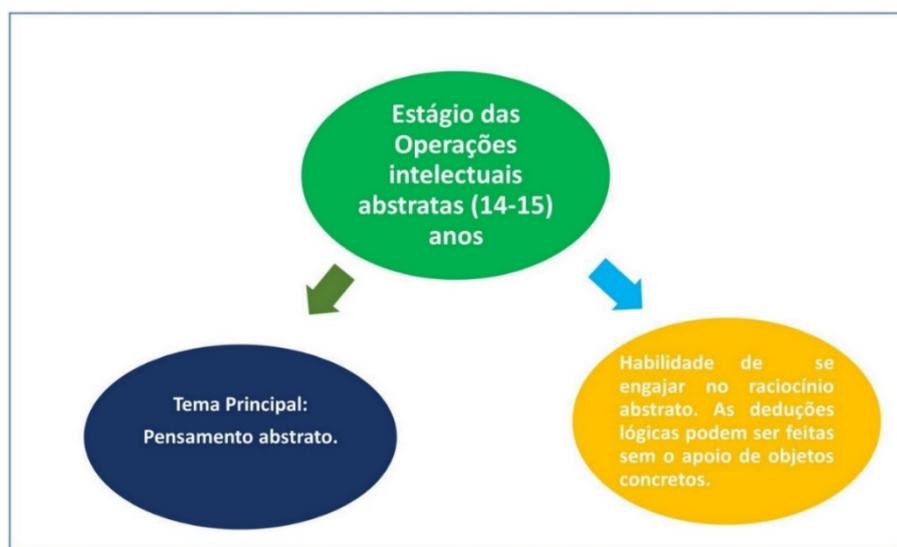
Figura 3 - Estágio Operatório Concreto (7-11) anos



Fonte: Elaboração própria.

6.º O estágio das operações intelectuais abstratas, da formação da personalidade e da inserção efetiva e intelectual na sociedade dos adultos (adolescência) (PIAGET, 2011, p. 14-15).

Figura 4 - Estágio das Operações intelectuais abstratas



Fonte: Elaboração própria.

Então, observa-se que cada um dos seis estágios é caracterizado pelo surgimento de estruturas originais, de modo que sua construção se distingue dos estágios anteriores. A teoria aponta também para que cada estágio se constitui uma forma de particular de equilíbrio,

estratégias particulares àquele período, realizando uma evolução mental que leva a uma equilíbrio. Esta é o processo que procura estabelecer um equilíbrio entre a assimilação e a acomodação. Neste, o objeto de conhecimento cria um conflito cognitivo desequilibrando o sujeito. Logo, o desenvolvimento da inteligência no indivíduo implica em um processo que se desequilibra para se reequilibrar novamente. Todo processo de aprendizagem é movimento, é avanço, um passo e como tal uma natural perda de um equilíbrio estático, visto que é oscilação inercial.

O terceiro estágio incide sobre o desenvolvimento da inteligência prática ou sensorimotora, verifica-se que a inteligência aparece bem antes da linguagem e do pensamento interior que conjectura o emprego de signos verbais (linguagem interiorizada). Contudo, é uma inteligência completamente prática, principalmente, no que se refere à manipulação dos objetos, pois utiliza conceitos, percepções e movimentos, em lugar de palavras e conceitos (PIAGET, 2011, p. 19).

O jogo simbólico é um elemento de destaque no pensamento da criança, uma vez consegue simular situações a serem vivenciadas que requerem ações cognitivas por parte do indivíduo. Esta situação gerada pelo jogo requisita reações de várias naturezas: afetiva à medida que interage com outras crianças e pessoas que convive, seja nos ambientes escolares, em sua própria casa ou com a sociedade de uma forma geral.

No exemplo de pegar uma vareta para puxar um objeto distante, é considerado um ato de inteligência (mesmo que bastante tardio: por volta dos dezoito meses), neste caso é preciso compreender a relação entre a vareta e o objetivo utilizado para compreendê-la como meio (PIAGET, 2011).

No que se refere aos aspectos humanistas, a teoria de Piaget valoriza a auto realização e o crescimento pessoal, a aprendizagem não se limita ao aumento de conhecimentos, pois há influência nas escolhas e atitudes do indivíduo e integração entre pensamento, sentimentos e ações.

9.2.1 Operações Lógico-Matemáticas

As operações do pensamento ocorrem nas crianças, desde os sete anos, este processo corresponde à intuição que é definida por Piaget como a fase superior de equilíbrio que o pensamento atinge durante a primeira infância. Percebe-se que a noção de operação é aplicada a diversas realidades.

Existem operações lógicas, como as que propuseram um sistema de conceitos ou classes (reunião de indivíduos) ou de relações; operações aritméticas (adição, multiplicação etc.), e seus inversos; operações geométricas (seções, deslocamentos etc.); temporais (seriação dos acontecimentos, e, portanto, de suas sucessões, e simultaneidade de intervalos), mecânicas, físicas etc. (PIAGET, 2011, p. 48).

Uma operação pode ser uma ação que possibilite a construção de conceitos ou relações, deslocar, agrupar, subdividir, etc., por conseguinte, a intuição se transformará em operação desde que ambas se constituam em sistemas de conjunto, no qual seja possível formar composição e revisão.

Focar-se-á no estágio operatório concreto (7-11) anos, o período das operações lógicas, na tentativa que compreender como ocorre o desenvolvimento mental da criança e do adolescente, bem como se caracteriza a construção dessas etapas em cada indivíduo, pois este é o cerne deste trabalho.

Um exemplo que demonstra a passagem da percepção para a operação lógica no desenvolvimento mental da criança e a que envolve a seriação qualitativa ABC..., etc., onde qualquer criança, independentemente da idade terá condições de distinguir dois bastões pelo comprimento e julgar que o bastão A é maior que o B, exemplifica que na primeira infância isto é apenas uma relação perceptiva ou intuitiva e não será ainda uma operação lógica. Contudo, ao mostrar dois bastões AB e BC, escondendo-se o bastão A, e se perguntar se A é maior ou menor que C, pelo experimento de Piaget (2011), a criança se recusará a concluir, solicitando vê-los juntos, pois não sabe deduzir os bastões AC dos bastões AB e BC. A criança só conseguirá efetuar este tipo de dedução no momento que souber construir uma série ou escala de bastões, o que não ocorre antes dos seis ou sete anos. Ilustração da situação proposta acima conforme Figuras 5, 6 e 7:

Figura 5 - Comparação dos bastões AB e BC



Fonte: Elaboração própria.

Figura 6 - Comparação dos bastões AC sem a imagem de A



Fonte: Elaboração própria.

Figura 7 - Comparação dos bastões AC a partir da ordenação de ABC



Fonte: Elaboração própria.

Como consequência, a criança descobre um método operatório que consiste em procurar em primeiro lugar o elemento menor de todos, depois o menor dos que restaram, construindo a série total sem tentativa nem erro, conforme figura 7, supracitada. Piaget (2011), constata que as operações de seriação (coordenação das relações assimétricas) acontecem por volta dos sete anos, em relação aos comprimentos ou tamanhos dependentes da quantidade de matéria. Entretanto, é por volta dos nove anos que a criança estará apta a obter uma seriação similar dos pesos (com tamanhos iguais e pesos diferentes), e entre onze ou doze anos para obter a dos volumes (pela medida de imersão na água).

Outra experiência mostra que as totalidades operatórias ou classes lógicas são construídas mais tarde que as totalidades intuitivas e o quanto está ligada à reversibilidade do pensamento.

Apresenta-se à criança uma caixa aberta com vinte contas marrons e duas ou três brancas, de madeira, e pergunta-se, simplesmente, depois de se ter feito constatar este último dado (por manipulação), se há nesta caixa mais contas de madeira ou mais contas marrons (PIAGET, 2011, p. 51).

Depreende-se que a maioria das crianças menores de sete anos, responderão que existem mais contas marrons, pois elas ainda não conseguem dissociar o todo de suas partes, limitando-se a comparar uma parte à outra. Enquanto as crianças com idade superior a sete anos conseguem mais facilmente fazer a comparação do todo com uma de suas partes e, através da operação inversa verificar que uma parte será igual ao todo, menos as outras partes. Neste período as operações mentais constituem um sistema coerente e integrado de operações, em que cada uma está integrada ao sistema total e só será entendida se for considerada como parte desse todo.

Então, a criança antes dos sete anos apenas apreende consistentemente, os primeiros números que são acessíveis a eles porque são intuitivos, correspondendo às figuras perceptivas. Entretanto, a série indefinida dos números, especialmente, as operações de soma (seu inverso, a subtração) e de multiplicação (seu inverso, a divisão), se tornam acessíveis, após os sete anos.

Sendo o número composto de algumas operações precedentes, conjecturando sua construção prévia, infere-se que o pensamento da criança se tornará lógico desde o momento em que se organizar os sistemas de operações que obedecem às leis de conjuntos comuns.

Por conseguinte, Piaget recorre às ideias propagadas pelo matemático e filósofo alemão Félix Klein (1849-1925), que dedicou parte de sua vida desenvolvendo, aplicando e divulgando a noção de estruturas de grupos que faz parte da álgebra abstrata e foi iniciada pelo matemático Evarist Galois (1811-1832). Desta forma, uma coleção de elementos ou conjunto será considerada um grupo com relação à uma dada operação se, e somente se:

- A coleção for fechada sob a operação;
- Para cada elemento na coleção há um elemento inverso com relação à operação;
- A coleção contém um elemento identidade com relação à operação;
- A operação é associativa.

A primeira propriedade estabelecida por Klein, Piaget denomina como “composição” e a descreve: duas operações de um conjunto podem se compor de tal forma e ainda resultar em

uma operação do conjunto, exemplo: $2 + 1 = 3$. Então, deduz-se que: a soma resultante da combinação de um elemento qualquer com outro elemento qualquer através da operação definida é um elemento da mesma espécie.

A segunda propriedade é a inversão ou reversibilidade, nela toda operação poderá ser invertida. Exemplo: $+4$ se inverte em -4 . A operação direta e seu inverso resultam em uma operação nula ou idêntica, conforme o exemplo: $-2 + 2 = 0$. (Neste caso, a operação direta é a subtração e sua inversão é a adição que dá como resultado o elemento neutro ou elemento identidade). As operações podem associar entre si de todas as maneiras, conforme explicita o exemplo abaixo:

$$\begin{aligned}[1 + 1] - 1 &= 1 + [1 - 1] \\ [2] - 1 &= 1 + [0] \\ 2 - 1 &= 1 + 0 \\ 1 &= 1\end{aligned}$$

Essas operações dentro de um determinado conjunto são denominadas “grupos” e caracterizam os sistemas de operações mencionados acima. A exceção se configurará quando vindo de uma operação direta e seu inverso, estas apresentarem particularidades em uma classe ou relação adicionada a ela mesma não se modifica. A transição entre a intuição lógica e as operações lógico-matemáticas ocorre na segunda infância proveniente da construção de agrupamentos e grupos (PIAGET, 2011, p. 50-52).

As operações lógico-matemáticas provêm das próprias ações, já que são produto de uma abstração que advém da coordenação das ações, e não dos objetos. Logo, para que haja operações, é imperioso que as ações se tornem reversíveis e se coordenem em estruturas de conjunto exprimíveis em termos gerais de álgebra: argumentos, grupos, *lattices* (redes), etc. (PIAGET, 2011, p. 73). Dessa forma, pode inferir que o ato lógico consiste em realizar operações, ou seja agir sobre as coisas ou sobre outras pessoas.

9.3 REDES LÓGICAS DAS PROPOSIÇÕES

A rede lógica das proposições se configura entre os (11-12) anos, obtendo um nível de equilíbrio por volta de (14-15) anos, surgem novas operações geradas a começar das precedentes, a lógica das proposições. Este é o período em que o pré-adolescente consegue se libertar do concreto e passa a situar o real a um conjunto de transformações possíveis. Estes abordam os enunciados verbais (proposições), deixando-os de serem o cerne do processo.

Para o pré-adolescente essa é a idade dos grandes ideais ou o início das teorias e da adaptação ao real. Então, alia-se o logicismo à álgebra qualitativa, de modo a favorecer o manejo das hipóteses e raciocínio sobre as proposições presentes nas situações concretas e atuais. Por consequência, surgem duas novas estruturas que indicam o fim do nível precedente:

- A rede da lógica das proposições, a partir das operações combinatórias.
- “grupo” composto por quatro transformações (grupo de Klein), mencionados acima.

Conforme vão aparecendo as operações combinatórias, os pré-adolescentes adquirem a capacidade de encontrarem sozinhos e sem ensinamento escolar sobre o assunto, maneiras diversas de agrupar os objetos, conforme todas as combinações n a n (um a um, dois a dois e assim sucessivamente), pode-se agrupar elementos de um determinado conjunto a partir de características comuns existentes, tais como altura de indivíduos, preferência de cores, esportes, gênero, profissão, etc. A essa generalização das operações de classificação ou relação de ordem resulta a combinação, sendo a simples constituída pelas operações de combinações ou pela classificação de todas as classificações (PIAGET; INHELDER, 1998).

Na combinação é possível compor entre si objetos ou fatores, ideias ou proposições e, também raciocinar, em cada caso específico sobre a realidade apresentada, não se limitando aos aspectos concretos, mas sim, em função de um número qualquer ou de todas as combinações possíveis reforçando os poderes dedutivos da inteligência.

No que concerne às combinações de objetos, pode-se, por exemplo, pedir à criança que combine dois a dois, três a três etc., tentos coloridos ou que os permuta segundo as diversas ordens possíveis. Percebe-se então que, essas combinações etc., permanecem sempre incompletas no nível das operações concretas porque o sujeito adota um método gradativo sem generalizar, ele consegue facilmente (a partir dos 12 anos para as combinações, um pouco mais tarde para as permutações) encontrar um método exaustivo no nível ora considerado, sem naturalmente, descobrir fórmula alguma (o que não lhe é solicitado) mas destacando dele um sistema que toma em consideração todos os possíveis (PIAGET; INHELDER, 1999, p. 116).

Essa capacidade de fazer combinações o pré-adolescente consegue realizar sozinho ou mesmo brincando com objetos, isso ocorre de forma gradativa, passando de um nível mais simples para o mais complexo, à medida que o conhecimento se aprofunda. Um exemplo prático pode ser desenvolvido ao solicitar que se determine o total de palavras formadas doravante da combinação das letras da palavra AMOR, conforme a Figura 8.

Ressalta-se que já foram colocadas todas as palavras que começam com a letra A, cabendo ao pré-adolescente utilizar esses dados para determinar o total de palavra que poderão ser formadas.

Figura 8 - Palavras formadas a partir de AMOR

AMOR M O R
 AMRO
 AORM
 AOMR
 ARMO
 AROM

Fonte: Elaboração própria.

Diante disso, pode-se trabalhar com outros exemplos que utilizem o mesmo princípio. O pré-adolescente que se encontra neste estágio organizará os dados em proposições que poderá ser combinada de várias formas fazendo associações e inferências que a levarão a generalizar de tal modo que não seja necessário elencar todas as palavras para se encontrar o número total de combinações possíveis da tarefa que lhe foi atribuída.

A estrutura de grupos (grupo de Klein) é tão importante quanto a estrutura de redes (lógica das proposições), é formado por quatro transformações comutativas que vão de T1 a T4. O adolescente passa a dominar as categorias do pensamento formal e abstrato desenvolvendo a combinatória, a correlação e reversibilidade (inversão e reciprocidade), disso decorre a estrutura INCR (I = identidade, N = negação, C = correlação, R = reciprocidade). Nestas, a composição de duas operações, por exemplo, T2 e T4 resulta na terceira, sendo que o conjunto T2 a T4 resulta na idêntica T1 (PIAGET, 1995, p. 120).

A estrutura de grupo se caracteriza por um grupo de operações concretas que se revelam a começar dos esquemas sensório-motores e das regulações representativas pré-operatórias.

Tem-se como exemplo uma operação proposicional, tal que “ou p é verdadeiro, ou q, ou um e outro”, o que simbolizamos por $p \vee q$. Chamemos de I a transformação idêntica, que deixa $p \vee q$ imutável. Mas podemos negar esta operação, o que dá (chamando N a inversão ou negação): $N(p \vee q) = p \cdot q$ (“nem p nem q”). Podemos também estabelecer a recíproca R, de $p \vee q$, seja $p \vee q$ (“ou não-p ou não-q”) e sua correlativa C, que é $p \cdot q$ (“ao mesmo tempo p e q”). Ou, então, o grupo comutativo: $NR = C$; $NC = R$; $CR = N$; e $NRC = I$ (PIAGET, 2011, p. 107-108).

Assim sendo, observa-se que a estrutura de grupos intervém nos raciocínios verbais dos adolescentes, mas também pelos raciocínios experimentais transformados pela capacidade formal. Assim, ele consegue confrontar um problema, levantando todas as hipóteses possíveis e, a partir delas, deduzir conclusões.

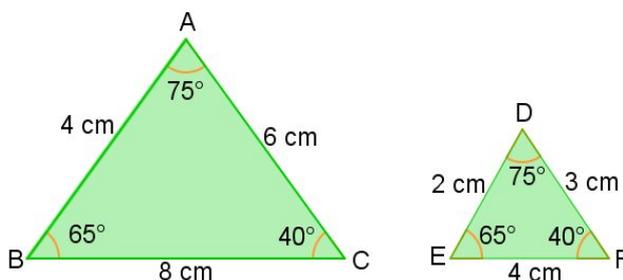
9.3.1 Esquemas Operatórios Formais

De acordo com Piaget & Inhelder (1998), os esquemas operatórios formais surgem, aproximadamente, entre (11-12) anos e, com eles se iniciam uma série de esquemas operatórios novos, em que sua formação indica a existência de uma ligação entre eles: são as noções de proporção, os sistemas duplos de referências, a compreensão de um equilíbrio hidrostático, certas formas de probabilidade, etc.

Proporções – A noção de proporcionalidade nasce desde (11-12) anos em domínios diferentes e sob a mesma forma qualitativa. Exemplo: proporções espaciais (figuras semelhantes), as velocidades métricas ($\frac{e}{t} = \frac{ne}{nt}$), as probabilidades ($\frac{x}{y} = \frac{nx}{ny}$), etc.

Podemos exemplificar a noção de proporcionalidade desde a semelhança entre os triângulos ABC e DEF, conforme figura 9, a seguir:

Figura 9 - Triângulos semelhantes



Fonte: Elaboração própria.

Para que os triângulos acima sejam semelhantes se faz necessário verificar se estes satisfazem duas condições fundamentais, a saber:

- Os três ângulos ordenadamente devem ser congruentes (mesma medida);
- Os lados correspondentes devem ser proporcionais

Nota-se que o ângulo \hat{A} do primeiro triângulo faz correspondência ao ângulo \hat{D} do segundo, o \hat{B} ao \hat{E} e \hat{C} ao \hat{F} . Os lados $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD} = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$ (constante de proporcionalidade). Logo, constata-se que os lados são proporcionais.

Outro exemplo em que se caracteriza notadamente a proporcionalidade é a situação que exprimem as relações entre os pesos e os comprimentos dos braços na balança. Quanto mais se coloca o peso tanto mais o braço se inclina e se afasta da linha do equilíbrio.

Percebe-se que um mesmo peso P faz a inclinar a balança conforme se afasta do ponto médio do braço. Com isso, verifica-se uma função linear em que se atingirá equilíbrio quando existirem dois pesos iguais nos quais as distâncias L se mantiverem iguais.

Por conseguinte, a compreensão configurará quando a criança perceber que existe equivalência de resultados quando, de um lado, ela aumentar o peso sem alterar o comprimento e, de outro, aumentar o comprimento sem alterar o peso. Infere-se aí a hipótese de que partindo de dois pesos iguais às mesmas distâncias do centro, o equilíbrio será conservado quando for diminuído um, afastando e aumentando o outro e aproximando-o do centro.

Então, se alcança às proporções métricas simples $\frac{P}{L} = \frac{2P}{2L}$ (o peso dividido pela largura é equivalente ao dobro do peso dividido pelo dobro da largura), que o adolescente só descobre a partir de proporções qualitativas precedentes que se exprimem, tais como: diminuir o peso e aumentar o comprimento equivale a aumentar o peso e diminuir o comprimento.

Sistemas duplos de referência – A abordagem deste sistema se dará a começar do exemplo do caracol que se desloca sobre uma superfície. Se um caracol se desloca sobre uma prancha em um sentido ou em outro e a prancha se desloca para frente, ou para trás em relação a um ponto de referência exterior, a criança compreende bem os pares de operações inversas ali existentes. Todavia, a mesma não consegue compô-las e antecipar que o caracol, embora (avançando), pode permanecer imóvel em relação ao ponto exterior, pois o movimento da prancha compensa, sem anular o do animal.

Assim que a criança compreende a estrutura de grupos, fica mais fácil o entendimento dessa situação. Então, ocorre que $I \cdot R = N \cdot C$ (e que (I) é a marcha para a direita do caracol (R), a marcha para a esquerda da prancha; (N), a marcha para esquerda do caracol; e (C), a marcha para a direita da prancha).

A noção de sistemas duplos pode ser representada por uma situação envolvendo a brincadeira de dois garotos que utilizaram a localização de alguns moradores e espaços do edifício onde vivem. Um deles fez a representação no papel enumerando os andares do prédio e indicando o apartamento ou espaços por letras maiúsculas, conforme mostra a figura 10, logo abaixo.

Figura 10 - Localização de moradores e outros

Apart. Andar	A	B	C	D
4			Sala de Leitura	
3	Soraia			
2				Paulo
1		Pedro		
0			Clara	
-1	Academia			Janete
-2		Garagem		

Fonte: Elaboração própria.

Eles estabeleceram que a resposta dada deveria constar primeiro o andar e depois o apartamento. Dessa forma, a localização do apartamento de Janete é (-1, D), ou seja, ela mora no andar abaixo do térreo, Soraia está no (3, A), terceiro andar, apartamento A. Portanto, segue-se a brincadeira e os esquemas formais se estabelecem nesses garotos de forma livre e lúdica.

Equilíbrio hidrostático – Dada uma prancha hidráulica em forma de U é colocado um pistão, cujo peso pode se aumentar ou diminuir, modificando assim o nível do líquido no outro braço, podendo também modificar o peso específico do (álcool, água ou glicerina), quanto o mais pesado for, menos subirá. Neste caso, o peso do líquido age em sentido contrário ao do pistão, em reação oposta sua ação. Esse mecanismo só será compreendido em função da estrutura de grupos, se (I) = ao aumento de peso do pistão e (N) = a sua diminuição, então o aumento do peso específico do líquido é uma recíproca (R) em relação a (I), e sua diminuição uma correlativa (C).

Noções probabilísticas – é o conjunto possibilitado pelas operações formais que resultam de uma assimilação de acaso por essas operações. Exemplo: A probabilidade de se retirar pares ou trios de uma urna com 5 bolas vermelhas, 4 azuis, 6 amarelas, etc.

Figura 11 - Caixa com bolas coloridas



Fonte: <https://br.depositphotos.com>

Então, para que o indivíduo realize esse procedimento será necessário realizar operações, duas destas são próprias deste nível: a combinatória que permite associar os elementos envolvidos: e um cálculo de proporções, que permite compreender (aquilo que escapa aos sujeitos dos níveis precedentes) que probabilidades como $\frac{3}{9}$ ou $\frac{2}{6}$ ou $\frac{9}{27}$ etc., são iguais entre si. (PIAGET, INHELDER, 1998, p. 121-124). Como se observa na equivalência abaixo:

$$\frac{3}{9} = \frac{2}{6} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

Piaget utiliza métodos diferentes dos muito utilizados por outros pesquisadores, uma vez que ele usou um procedimento denominado abordagem clínica, que consiste numa entrevista livre na qual o pesquisador averigua os fundamentos e processos relativos à capacidade cognitiva de seus sujeitos experimentais, enquanto outros pesquisadores utilizam testes padronizados, comuns na Psicologia.

Os testes desenvolvidos por Piaget visavam compreender como os indivíduos formulam as suas concepções sobre o mundo no qual está inserido, bem como ele resolve os problemas ou explicam fenômenos naturais, já que os testes se mostraram ineficientes para sua pesquisa, de nada adiantava saber se o resultado era bom ou não, se não houvesse a possibilidade de descobrir a causa da dificuldade apresentada.

9.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho consistiu em apresentar a teoria de Piaget, seus aspectos mais essenciais e elementares para o desenvolvimento do pensamento cognitivo da criança e sua relação com o desenvolvimento do raciocínio e aprendizagem da lógica matemática. Para Piaget o desenvolvimento da criança se assenta no desenvolvimento biológico, no qual a inteligência é alicerçada sobre um equipamento biológico inato que se desenvolve numa sequência pré-determinada. O conhecimento cognitivo não se consolida apenas na experiência (empirismo), nem tão pouco no pensamento (racionalismo), mas em uma simbiose complexa entre estes dois universos epistemológicos.

Os processos cognitivos da criança e adolescentes são estudados por Piaget através de observações empíricas dos comportamentos e falas desses indivíduos. Nos dois últimos estágios elencados pelo teórico estão evidenciados como ocorrem nos sujeitos a apreensão das operações concretas. O conhecimento vai se consolidando de forma gradativa, passando de um estágio para outro e, assim vão se incorporando ao desenvolvimento cognitivo das crianças e adolescentes.

Seus estudos conduzem à ideia da utilização do modelo lógico-matemático como um elemento de análise de descrição do como funciona o desenvolvimento da cognição nas crianças e, destaca os estágios das operações concretas. O indivíduo precisa de elementos tangíveis no nível posterior, no estágio das operações formais ou abstratas com a combinação e do grupo quaternário (INRC) servindo de base para a aquisição do conhecimento.

Nos estágios do desenvolvimento cognitivo do sujeito, ele descreveu seis etapas através das quais a criança se desenvolve de forma gradativa. Passando por período de reorganização e seguidos por períodos de integração, conseqüentemente um novo estágio é alcançado e as mudanças são assimiladas. Cada estágio resulta do anterior e prepara para a etapa seguinte. Sua posição epistemológica está pautada no construtivismo, em que o conhecimento se dá por descoberta e pela interação entre sujeito e objeto. Dessa forma, o sujeito tem papel ativo e decisivo na construção e no desenvolvimento de seu conhecimento.

Na perspectiva biológica, Piaget enfatiza os processos de assimilação e acomodação que se constroem a partir da adaptação. Portanto, a inteligência é uma forma de adaptação do sujeito ao meio, no qual o desenvolvimento da cognição resulta de sucessivos equilíbrios entre a assimilação que é a integração das estruturas do sujeito a partir da incorporação de elementos extraídos do meio de convívio, o processamento e a acomodação, pois esta é a transformação

do sujeito com a modificação ou criação de estruturas de transito cognitivo, que vai problematizar e logo após acomodar novas concepções e percepções.

Os estágios de desenvolvimento do sujeito estão divididos em, basicamente, quatro etapas: Estágio sensório-motor (0-2) anos, estágio pré-operatório (2-7) anos, estágio das operações concretas (7-11) anos e o estágio das operações abstratas (14-15) anos. Nas etapas das operações concretas há uma representação mental das ações, o pensamento é concreto e existe relação entre os objetos. Neste estágio o sujeito consegue reunir indivíduos ou unidades numéricas, deslocar, agrupar, subdividir, etc. É nesta fase que a intuição se transformará em operação desde que ambas se constituam em sistemas de conjunto, no qual seja possível formar composição e revisão.

No estágio das operações abstratas se inicia entre (11-12) anos, então surgem novas operações geradas a começar pelas precedentes, a lógica das proposições. Este é o período em que o pré-adolescente consegue se libertar do concreto e passa a situar o real a um conjunto de transformações possíveis. Surgem também duas novas estruturas que indicam o fim do nível precedente: a rede da lógica das proposições, desde as operações combinatórias e o “grupo” composto por quatro transformações (grupo de Klein).

É neste período há a libertação do pensamento em relação ao concreto e atual, situando o real em um conjunto de transformações levando à capacidade de abstração, do raciocínio hipotético-dedutivo, do raciocínio experimental, do pensamento formal, proposicional (sobre enunciados e símbolos), os sistemas combinatórios com suas operações (combinação, permutação), além do grupo de quaternidade (INRC – inversão, negação, reciprocidade e correlatividade).

Conclui-se que os pressupostos teóricos de Piaget trouxeram muitas contribuições as observações empíricas dos comportamentos, falas e processos do sujeito, tanto quanto dos estágios que a criança passa até atingir a adolescência no que se refere ao aprendizado dos conteúdos matemáticos concretos e abstratos. Os dois últimos estágios evidenciam como ocorrem nos sujeitos a apreensão das operações concretas, passando gradativamente para o estágio das operações abstratas, no qual a combinação e o grupo quaternário (INRC) se consolidam na formação mental das crianças. A apreensão do conhecimento se origina de forma intuitiva e adquire forma e consistência à proporção que a criança interage com outras pessoas e com o meio.

Portanto, sugere-se a continuidade da investigação a partir da observação e experimentos com crianças e pré-adolescentes no sentido de reforçar ou não a teoria piagetiana, no que refere ao pensamento lógico-matemático se estabelecer no período dos (7-11) anos ou

se este ocorre numa fase anterior, estágio pré-operatório (2-7) anos, ou mesmo posterior ao postulado por Piaget em suas pesquisas.

REFERÊNCIAS

BRUNER, Jerome S. **Sobre o conhecimento**: ensaios da mão esquerda. 1. ed. São Paulo: Phorte, 2008. (Publicado originalmente em 1964).

FLAVELL, John H. **A psicologia do desenvolvimento de Jean Piaget**. Tradução Maria Helena Souza Patto. 5. ed. São Paulo. Livraria Pioneira, 1996.

PAPERT, Seymour. **A Máquina das Crianças: Repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artmed. 1994.

PIAGET, J. **Seis estudos de psicologia**. Tradução Maria Alice Magalhães D'Amorim e Paulo Sérgio Lima Silva. 25. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2011.

PIAGET, J.; INHELDER, de Octavio Mendes Cajado. 15. ed. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1998.

PIAGET, *et al.* **A abstração reflexionante**: relações lógico-matemáticas e ordem das relações sociais. Tradução Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

MINI CURRÍCULO E CONTRIBUIÇÕES AUTORES

TÍTULO DO ARTIGO	TEORIA PIAGETIANA: OS PROCESSOS COGNITIVOS NO PENSAMENTO LÓGICO - MATEMÁTICO DA CRIANÇA
RECEBIDO	23/01/2020
AVALIADO	31/03/2020
ACEITO	10/04/2020

AUTOR 1	
PRONOME DE TRATAMENTO	Sra.
NOME COMPLETO	Maria do Socorro Batista de Jesus Cruz
INSTITUIÇÃO/AFILIAÇÃO	Secretaria de Educação Estado da Bahia
CIDADE	Feira de Santana
ESTADO	Bahia
PAÍS	Brasil
LINK LATTES	http://lattes.cnpq.br/6368131416287952
ID ORCID	https://orcid.org/0000-0003-2577-1971
RESUMO DA BIOGRAFIA	Possui Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS. Doutoranda em Difusão do Conhecimento – Universidade Federal da Bahia, Mestre em Desenho, Cultura e Interatividade – Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Especialista em Metodologia do Ensino do Desenho (UEFS), Especialista em Formação Continuada em Mídia em Educação – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB. Professora concursada das redes estadual e municipal de Feira de Santana.
CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES NO ARTIGO	Autor Principal
AUTOR 2	
PRONOME DE TRATAMENTO	Sr.
NOME COMPLETO	Eudaldo Francisco Santos Filho
INSTITUIÇÃO	Universidade Estadual da Bahia - UNEB
CIDADE	Salvador
ESTADO	Bahia
PAÍS	Brasil
LINK LATTES	http://lattes.cnpq.br/1316314265032276
ID ORCID	https://orcid.org/0000-0002-5904-3262
RESUMO DA BIOGRAFIA	Possui graduação em Desenho Industrial e especialização em Design de Produto pela Universidade do Estado da Bahia – UNEB. Especialista em Administração Pública com Aprofundamento em Gestão e Mestre em Desenho, Cultura e Contemporaneidade pela Universidade Estadual de Feira de Santana – UEFS. Possui Doutorado em Difusão do Conhecimento pela Universidade Federal da Bahia – UFBA. É Coordenador do LBI - Laboratório de Biometria e Imagem, e Professor de Desenvolvimento de Projetos I, II, III, IV no Curso de Desenho Industrial e TCC I e II no curso de Pedagogia da Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Ciências Exatas e da Terra da Universidade do Estado da Bahia Departamento de Polícia Técnica do Instituto de Identificação Pedro Mello.
CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES NO ARTIGO	Coautor
AUTOR 3	
PRONOME DE TRATAMENTO	Sr.
NOME COMPLETO	José Mário Araújo
INSTITUIÇÃO	Instituto Federal da Bahia – IFBA
CIDADE	Salvador

ESTADO	Bahia
PAÍS	Brasil
LINK LATTES	http://lattes.cnpq.br/3279934192221716
ID ORCID	https://orcid.org/0000-0002-4170-7067
RESUMO DA BIOGRAFIA	Técnico em Instrumentação pela Escola Técnica Federal da Bahia (ETFBA,1991), graduado em Licenciatura Plena em Eletricidade pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB,1996), Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES,2003) e Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Bahia (UFBA, 2011). Atualmente é professor da área de tecnologia em eletroeletrônica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia.
CONTRIBUIÇÃO DOS AUTORES NO ARTIGO	Coautor

Endereço de Correspondência dos autores	<p>Autor 1: Rua Tijuca, nº 171, Parque Ipê, Feira de Santana/ Ba CEP: 44054-104 - E-mail: help.cruz@hotmail.com</p> <p>Autor 2: Rua Alfredo Rocha, nº 66 apt. 902, Vila Laura, Salvador/Bahia CEP: 40.150.240 - E-mail: udaldofilho@gmail.com</p> <p>Autor 3: Alameda Praia de Guaratuba, 1205, Casa 5, Stella Maris, Salvador/Bahia CEP: 41600-270 - E-mail: araujo@ieee.org</p>
---	---