



**COMPOSIÇÃO DE CARTEIRAS POR MÍNIMA VARIÂNCIA: COMPARAÇÃO  
COM *BENCHMARKS* DE MERCADO**

**PORTFOLIO COMPOSITION WITH MINIMUM VARIANCE: COMPARISON  
WITH MARKET *BENCHMARKS***

**COMPOSICIÓN CARTERA POR MÍNIMA VARIACIÓN: COMPARACIÓN CON  
*BENCHMARKS* DE MERCADO**

**DOI:** 10.18028/2238-5320/rgfc.v6n2p132-159

**Daniel Menezes Cavalcante**

Mestre em Administração e Controladoria Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Analista de Controle Externo no Tribunal de Contas do Estado do Ceará (TCE-CE)  
Endereço: Rua Sena Madureira 1047. Centro  
Fortaleza, Ceará. CEP 60.055-080  
Email: daniel@cavalcante.info

**Vicente Lima Crisóstomo**

Doutor em Finanças pela Universidade de Valladolid  
Professor Associado da Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Endereço: Depto de Contabilidade / Faculdade de Economia / Universidade Federal do Ceará  
Av. da Universidade, 2486. Bairro Benfica. CEP 60.020-180  
Fortaleza/Ceará/Brasil  
Email: vlc@ufc.br

**Paulo Rogério Faustino Matos**

Doutor em Economia pela Fundação Getulio Vargas (EPGE/FGV)  
Professor Adjunto da Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Endereço: Departamento de Administração / Universidade Federal do Ceará  
Av. da Universidade, 2486. Bairro Benfica. CEP 60.020-180  
Fortaleza/Ceará/Brasil  
Email: paulomatos@caen.ufc.br

**Jocildo Figueiredo Correia Neto**

Doutor em Administração pela Fundação Getulio Vargas (EAESP/FGV)  
Professor Adjunto da Universidade Federal do Ceará (UFC)  
Endereço: Departamento de Administração / Universidade Federal do Ceará  
Rua Marechal Deodoro, 400, gabinete 540. Bairro Benfica. CEP 60020-060  
Fortaleza/Ceará/Brasil  
Email: jocildo@ufc.br

Recebido em 25.08.2015. Revisado por pares em 02.10.2015. Reformulações em 29.10.2015 e  
26.03.2016. Recomendado para publicação em 15.04.2016. Publicado em 30.06.2016



Licensed under a Creative Commons Attribution 3.0 United States License

## RESUMO

Estratégias de otimização são defendidas como capazes de permitir a composição de carteiras de investimento em ações que proporcionam retornos superiores a índices de referência de mercado (*benchmarks*). Este trabalho tem como objetivo verificar se, de fato, carteiras compostas baseadas na estratégia de mínima variância, otimizadas pela Teoria Moderna do Portfólio, são capazes de lograr rendimentos superiores a benchmarks de mercado no Brasil. Para tanto, analisou-se séries históricas de 36 ativos negociados na BM&FBOVESPA em um longo período de tempo (1999-2012), com janelas amostrais de 12, 36, 60 e 120 observações mensais. Os resultados indicaram a superioridade de desempenho do portfólio de mínima variância relativamente aos benchmarks de mercado (CDI e Índice Bovespa), em termos de retorno e de retorno ajustado ao risco, especialmente em horizontes de investimento de médio e longo prazo.

**Palavras-chave:** Teoria do Portfólio; Markowitz; Risco e Retorno; Carteiras de Investimento; Portfólio de Mínima Variância.

## ABSTRACT

Portfolio optimization strategies are advocated as being able to allow the composition of stocks portfolios that provide returns above market benchmarks. This study aims to determine whether, in fact, portfolios based on the minimum variance strategy, optimized by the Modern Portfolio Theory, are able to achieve earnings above market benchmarks in Brazil. Time series of 36 securities traded on the BM&FBOVESPA have been analyzed in a long period of time (1999-2012), with sample windows of 12, 36, 60 and 120 monthly observations. The results indicated that the minimum variance portfolio performance is superior to market benchmarks (CDI and IBOVESPA) in terms of return and risk-adjusted return, especially in medium and long-term investment horizons.

**Keywords:** Portfolio Theory; Markowitz; Risk and Return; Investment portfolios; Minimum Variance portfolio.

## RESUMEN

Estrategias de optimización de carteras son vistas como capaces de permitir rendimientos superiores a los índices de referencia del mercado (*benchmarks*). Este trabajo tiene como objetivo determinar si, de hecho, carteras compuestas con base en la estrategia de mínima varianza, optimizadas por la Teoría Moderna de Cartera, logran desempeño por encima de los *benchmarks* del mercado en Brasil. Para ello, se ha analizado series históricas de 36 acciones negociadas en la BM&FBOVESPA en un largo período de tiempo (1999-2012), con ventanas de muestras de 12, 36, 60 y 120 observaciones mensuales. Los resultados indican la superioridad de desempeño de la cartera de mínima varianza con relación a los *benchmarks* del mercado (CDI y el IBOVESPA) en términos de rendimiento y rentabilidad ajustada al riesgo, sobre todo en y horizontes de inversión en medio largo plazo.

**Palabras clave:** Teoría de Cartera; Markowitz; Riesgo y Retorno; Carteras de inversión; Cartera de varianza mínima.

## 1 INTRODUÇÃO

O vasto elenco de opções que investidores, sejam eles individuais ou gestores de tesourarias de empresas financeiras ou não, têm para compor e gerir, em termos de

monitoramento e rebalanceamento, uma carteira de investimento gera a necessidade de uso de técnicas estatisticamente adequadas, assunto que tem sido objeto de amplo debate desde os anos 1950 (MARKOWITZ, 1990; ELTON; GRUBER, 1997; BRANDT, 2009).

Em suma, uma estratégia de composição de carteira deve levar em consideração o rendimento pretendido, satisfazendo as restrições específicas de cada caso, como as institucionais comumente impostas às carteiras de pessoas jurídicas e tendo como contrapartida o nível de risco a ser suportado pelo investidor, assim como aspectos adicionais, como a liquidez, a assimetria dos resultados, a probabilidade de resultados negativos extremos. Atendo-se à limitação sugerida em Markowitz (1952) associada ao perfil do investidor cujas preferências dependam somente do ganho esperado e do risco associado, a composição de carteira baseada em estratégia ativa aqui utilizada visa à obtenção de máximo retorno compensado pelo mínimo risco possível, o que atenderia à demanda do investidor, que tem sido considerado com mais tendência a comportamento resistente ao risco (KAHNEMAN; TVERSKY, 1979; TVERSKY; KAHNEMAN, 1991).

Neste contexto, é comum a estratégia ativa de composição de carteiras de investimento utilizar dados históricos dos ativos para encontrar a composição ótima de uma carteira. Este tipo de estratégia baseada em dados históricos apresenta a vantagem de possibilitar a composição de carteiras sem a necessidade de avaliar os fundamentos de cada empresa ou a conjuntura do mercado, além de possibilitar o recurso da inferência estatística quando do uso de séries estacionárias, cujos momentos sejam finitos. Esta característica viabiliza a atuação de investidores individuais que, via de regra, dispõem de menos informação sobre mercados e fundamentos das empresas, notadamente face à realidade do custo de obtenção de informação (ELTON *et al.*, 1993).

Markowitz (1952) atentou para o fato de que investidores não deveriam preocupar-se somente com o retorno de um investimento, mas também com o risco de não obter o rendimento esperado, ao propor a Teoria Moderna do Portfólio (TMP) que considera ser possível encontrar um portfólio ótimo que permita a obtenção do nível de rendimento esperado, limitado ao grau de aversão ao risco estabelecido pelo investidor, sendo este um problema de programação não linear que objetiva maximizar o retorno esperado enquanto minimiza o respectivo risco. A partir da TMP, a pesquisa avançou com a proposição de modelos de otimização de carteiras e o desenvolvimento de trabalhos, teóricos e empíricos,

que verificam a validade do modelo de Média-Variância sugerido por Markowitz (CONSTANTINIDES; MALLIARIS, 1995; ELTON; GRUBER, 1997).

Dentro do marco da TMP, pesquisas empíricas têm sido desenvolvidas no sentido de testar sua utilização como eficiente estratégia de composição de carteiras (SHENG; SAITO, 2002; JÚDICE; RIBEIRO; SANTOS, 2003) como também em outras aplicações (BROWN, 2010). Apesar de terem surgido alternativas à TMP, esta continua sendo uma teoria de referência (ELTON; GRUBER, 1997; HASUIKE; ISHII, 2009; VACLAVIK; JABLONSKY, 2012).

Este trabalho tem como objetivo verificar se a Teoria Moderna do Portfólio (TMP), que sugere uma gestão ativa de carteiras, é capaz de gerar carteiras de investimento (portfólios) que, em diferentes horizontes temporais de investimento, obtenham desempenho superior ao de índices de referência de mercado. Neste contexto, o trabalho tem como problema de pesquisa o aprofundamento da questão sobre a capacidade de gestão ativa de carteiras de investimento superar índices de referência de mercado.

A partir de uma amostra bem representativa de ações listadas na BM&FBOVESPA em um longo período de tempo (1999-2012), os resultados indicam a superioridade do desempenho do portfólio de mínima variância sobre índices de renda fixa (Certificados de Depósito Interbancário - CDI) e variável (Índice Bovespa), especialmente em horizontes de investimento de médio e longo prazo.

Este artigo está estruturado como segue. A segunda seção descreve a fundamentação teórica sobre a qual se embasa esta pesquisa. A terceira seção detalha o método utilizado para atingir os resultados. A quarta seção apresenta e discute os resultados. A quinta seção sintetiza os resultados apresentados reflexões sobre suas implicações e continuidade.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

O referencial teórico necessário para fundamentar esta pesquisa está estruturado inicialmente com a apresentação da teoria de portfólio de Markowitz. Em seguida, trata-se das ferramentas de otimização de carteiras.

### **2.1 Teoria do Portfólio de Markowitz**

Gerolamo Cardano, apontado por muitos cientistas em finanças como o pioneiro na modelagem de apreçamento de ativos, é autor do manuscrito "Liber de Ludo Aleae" (*Book on games of chance*), publicado em 1663. Este trabalho está compilado em Bellhouse (2005) e

em Williams (2005), havendo uma tradução do mesmo realizada por Sydney Henry Gould, no livro "Cardano, The Gambling Scholar" (ORE, 1953). A partir da contribuição de Cardano, segundo a qual os preços dos ativos seguiriam um passeio aleatório sem *drift*, o estudo de Markowitz (1952) é possivelmente o mais citado na literatura financeira, caracterizando o marco da Teoria Moderna do Portfólio.

Harry M. Markowitz propôs o problema da composição de carteiras como uma escolha entre a média e variância de retornos de uma carteira de ativos. Markowitz provou o teorema fundamental da teoria da carteira de média-variância, que significa, ao manter-se constante a variância, espera-se maximizar o retorno esperado, e, ao manter constante o retorno esperado, minimiza-se a variância. Estas condições levam à formulação de uma fronteira eficiente a partir da qual o investidor poderia escolher sua carteira ideal levando em consideração suas preferências individuais de risco e retorno (MARKOWITZ, 1952; 1959).

Tais proposições da Teoria Moderna do Portfólio (TMP) de Markowitz significam que os ativos componentes de uma carteira podem ser selecionados não somente pelas características específicas de cada um, ou seja, com base nos fundamentos econômicos da empresa subjacente ao título. Com base nesta teoria, o investidor pode levar em consideração a correlação existente entre um determinado título e os demais componentes da carteira. Ao levar em consideração estas correlações, adquire-se a habilidade de compor uma carteira que tem o mesmo retorno esperado e menos risco que uma carteira composta sem levar em consideração as correlações entre os títulos componentes. Desta forma, a TMP tem como objetivo maximizar o retorno de uma carteira para um determinado nível de risco (MARKOWITZ, 1990; 1991; DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009; VACLAVIK; JABLONSKY, 2012).

Sob o arcabouço da TMP, Markowitz considerou natural que os investidores deveriam preocupar-se não só com o retorno, mas também com o risco do investimento, sendo as mensurações de retorno e risco as principais medidas levadas em conta para a composição de uma carteira de investimento, sendo a variância a medida de risco da carteira de investimento (MARKOWITZ, 1952; 1959).

Markowitz sugere que investidores incorporem técnicas de otimização de carteiras para obter uma carteira de investimento que melhor atenda seus dois objetivos primordiais (MARKOWITZ, 1959). Primeiro, o investidor deseja maximizar o retorno esperado de seu investimento. Isto é, entre dois investimentos de igual risco, será preferível aquele com maior

retorno. Segundo, de maneira análoga, quando houver dois investimentos com mesmo retorno esperado, haverá preferência pelo investimento que apresente mais estabilidade, ou seja, aquele que tenha menos variação em torno do resultado esperado, que é aquele investimento com risco mais reduzido.

Markowitz (1952; 1959) incorporou a correlação existente entre os títulos como elemento importante a ser considerado para a formação da carteira. Para Markowitz, uma carteira composta por ações fortemente correlacionadas oferece risco pouco inferior ao de uma única ação, o que é pouco interessante do ponto de vista de minimização de risco que se deseja para uma carteira. Markowitz recomenda a diversificação de títulos da carteira como também a baixa correlação entre eles como forma de redução de risco.

A diversificação de ações componentes de uma carteira minimiza o seu risco ao deixá-la menos sensível a fatores específicos de risco associados a cada empresa subjacente, ao contrário de uma carteira com pouca diversificação, cujo risco é fortemente associado à volatilidade dos poucos títulos que a compõem (MARKOWITZ, 1952; 1959; MARKOWITZ, 1991; BODIE; KANE; MARCUS, 2000). O efeito benéfico da diversificação sobre o risco da carteira tem sido documentado pela literatura em diferentes mercados, ao mesmo tempo em que segue ainda como uma questão em aberto como construir a carteira com diversificação ideal, ou seja, encontrar o nível de diversificação que permita o melhor retorno a um dado nível de risco (SHAWKY; SMITH, 2005; DOMIAN; LOUTON; RACINE, 2007; ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2014; HU; CHANG; CHOU, 2014).

Considerando a composição da carteira, a TMP de Markowitz prevê que é possível calcular o risco e retorno esperados de uma carteira a partir da distribuição de frequência dos rendimentos auferidos pelos ativos nela contidas. Desde que a distribuição de frequência dos rendimentos alcançados pelos ativos não se altere ao longo do tempo, o retorno esperado de um ativo será o rendimento médio obtido pelo mesmo. Analogamente, a variância esperada será aquela experimentada pelos resultados passados (MARKOWITZ, 1959; MARKOWITZ, 1991). O retorno de uma carteira de investimento é calculado pela média ponderada dos rendimentos médios dos ativos individuais, sendo a participação de cada ação na carteira a respectiva ponderação (MARKOWITZ, 1952):

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i w_i \quad (1)$$

Onde:  $R_p$  = rendimento do portfólio

$n$  = número de ativos no portfólio

$R_i$  = retorno médio individual do ativo  $i$

$w_i$  = participação do ativo  $i$  no portfólio

Observa-se então que o retorno esperado da carteira é diretamente proporcional ao retorno esperado de seus ativos. Por outro lado, a variância da carteira exige considerações a respeito da variação conjunta dos ativos que compõem a carteira, sendo a variância da carteira obtida em função da covariância entre os pares de ativos que compõem a carteira:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n COV_{ij} w_i w_j \quad (2)$$

Onde:  $\sigma^2$  = variância do portfólio

$n$  = número de ativos no portfólio

$COV_{ij} = \begin{cases} \text{covariância entre o par de ativos } i \text{ e } j \text{ (se } i \neq j \text{)} \\ \text{variância do ativo } i \text{ (se } i = j \text{)} \end{cases}$

$w_i$  = participação do ativo  $i$  no portfólio

$w_j$  = participação do ativo  $j$  no portfólio

As equações (1) e (2) mostram que, enquanto o rendimento da carteira é obtido em função do rendimento dos ativos nela contidos, a variância da carteira é dependente da covariância entre os pares de ativos que compõem a mesma. O valor nominal da covariância é de difícil interpretação, não sendo possível afirmar se ela indica um relacionamento forte ou fraco sobre a tendência dos retornos dos ativos. Utiliza-se o coeficiente de correlação, obtido pelo quociente entre a covariância entre os pares de ativos e o produto de seus desvios-padrões (BODIE; KANE; MARCUS, 2000):

$$\rho_{ij} = \frac{COV_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (3)$$

Onde:  $\rho_{ij}$  = coeficiente de correlação entre os ativos i e j

$COV_{ij}$  = covariância entre os ativos i e j

$\sigma_i$  = desvio padrão do ativo i

$\sigma_j$  = desvio padrão do ativo j

Valores negativos do coeficiente de correlação ( $\rho_{ij}$ ) entre os ativos indicam que os retornos dos ativos variam inversamente entre si, enquanto valores positivos demonstram que os rendimentos acompanham a tendência de subida ou queda. Valores nulos indicam ausência de relacionamento entre a rentabilidade dos títulos (BODIE; KANE; MARCUS, 2000). Desta forma, conhecendo-se a variância dos ativos e o coeficiente de correlação entre eles, os valores de retorno e variância da carteira irão variar de acordo com o peso dos ativos no portfólio, ou seja, de acordo com sua composição (MARKOWITZ, 1991).

Quanto maior o número de ativos em análise mais elevado é número de operações que devem ser realizadas para obter-se o retorno e variância da carteira. A evolução tecnológica e de técnicas de otimização, como a pesquisa operacional, foram importantes para o avanço na experimentação de técnicas de otimização de carteiras.

## 2.2 Otimização de carteiras

A estratégia de gestão ativa de composição e manutenção de carteiras de investimento, da qual se espera habilidade superior na escolha das ações que compõem a carteira como também na monitoração constante da composição da mesma, é apontada como fator relevante que contribui para a obtenção de retornos superiores, relativamente a estratégias passivas, considerando um determinado nível de risco (MARKOWITZ, 1991; BLACK; PEROLD, 1992; KEIM, 1999; SHUKLA, 2004; CUTHBERTSON; NITZSCHE; O'SULLIVAN, 2008).

A principal contribuição do paradigma de Markowitz (TMP) é que a sua proposta teórica capta os dois aspectos fundamentais do problema associado à escolha de componentes de uma carteira, quais sejam, a diversificação, e, a compensação entre retorno esperado e risco assumido, dentro de um marco teórico de fácil compreensão e possível de ser expandido,

como a literatura tem documentado (BRANDT, 2009; ELTON; GRUBER; BROWN; GOETZMANN, 2014).

Pesquisas têm sido dedicadas à verificação empírica do potencial de estratégias de otimização de carteiras, buscando responder ao questionamento sobre sua capacidade de permitir a obtenção de desempenho superior a estratégias passivas. Há muitos trabalhos que encontram resultados indicando os benefícios das estratégias de otimização de carteira em termos de resultados, levando em consideração o risco. Por outro lado, um número mais reduzido de trabalhos encontra resultados que apontam na direção de que a gestão ativa não é capaz de superar *benchmarks* de mercado. Sheng e Saito (2002) avaliaram a capacidade de quatro modelos quantitativos de gerar portfólios, carteira de mínima variância e suas derivações, e os resultados indicaram que tais estratégias de gestão não foram capazes de superar o IBOVESPA com consistência. Zanini e Figueiredo (2005) fizeram uma comparação entre o desempenho de carteiras geradas por dois modelos de gestão, que incorporam a estratégia de mínima variância de formas distintas. O desempenho das carteiras otimizadas não foi superior ao do IBOVESPA nem ao de uma carteira composta ingenuamente. De Miguel, Garlappi *et al.* (2009) analisaram o desempenho obtido por portfólios selecionados com base no modelo de média-variância proposto por Markowitz e suas variações, comparando-os com o portfólio ingenuamente composto (1/N), no qual todos os ativos apresentam o mesmo peso. Utilizando dados reais do mercado financeiro americano e conjuntos de dados simulados, DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) verificaram que carteiras otimizadas por diferentes estratégias não foram capazes de superar a estratégia 1/N considerando-se como métrica de avaliação o Índice de Sharpe.

Há também evidência de que a otimização de carteiras é capaz de gerar resultados superiores aos *benchmarks* de mercado como proposto teoricamente. Kirby e Ostdiek (2012), por exemplo, sugerem que os resultados encontrados por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009), de desempenho superior da estratégia ingênua, são decorrentes da metodologia por eles utilizada. Kirby e Ostdiek encontram resultados que confirmam a capacidade de superação da estratégia de média-variância sobre a diversificação ingênua. Kirby e Ostdiek (2012) propõem uma estratégia de otimização de carteira incorporando a temporização do mercado (*timing*) que permite a superação da carteira ingenuamente composta mesmo na presença de custos de transação.

Assim como Markowitz, também visando à minimização do risco da carteira, Konno e Yamazaki (1991) propuseram uma estratégia para composição de carteiras baseada em um modelo de programação linear. A proposta de Kono e Yamazaki incorpora uma simplificação em relação à estratégia de Markowitz, que consiste no uso do erro absoluto médio como medida de risco em substituição ao desvio-padrão usado no modelo clássico. Júdice, Ribeiro *et al.* (2003) constataram que a carteira de mínima variância de Markowitz, submetida a rebalanceamento frequente, apresentou um retorno superior ao modelo de Konno e Yamazaki. Foram analisadas séries históricas de 92 ações de empresas europeias entre 1998 e 2000.

Motivado pelo fato de que investidores atribuem maior importância ao efeito negativo das perdas ou de retornos abaixo de uma taxa mínima desejável, Andrade (2006) realizou uma investigação empírica acerca da aplicação do conceito de risco assimétrico na seleção de portfólios. Andrade comparou a abordagem tradicional de média-variância na otimização de carteiras com a abordagem do risco assimétrico (*downsiderisk*), baseado na abordagem média-semivariância. Foram utilizadas cotações mensais de 16 ativos da Bovespa entre 1999 e 2001. Os resultados indicaram que, considerando a preferência assimétrica do investidor pelo risco, as carteiras geradas pela semivariância ofereceram maior proteção em relação às que utilizaram a variância como medida de risco.

Em proposta semelhante à de Andrade (2006), Pinheiro, Matsumoto e Tabak (2008) compararam a otimização pela semivariância como estratégia de composição de carteiras, comparando-a ao portfólio de mínima variância e às aplicações de *benchmark*, como o CDI, IBOVESPA e IBrX. Para otimização das carteiras, Pinheiro, Matsumoto e Tabak utilizaram dados mensais dos rendimentos de 22 ativos da Bovespa, entre 2000 e 2004, e verificaram o desempenho das aplicações entre janeiro de dezembro de 2005. Os resultados encontrados indicaram que a estratégia de minimização do *downsiderisk* superou o modelo de média-variância, o Índice Bovespa e o Índice Brasil (IBrX) em termos de retorno, apresentando níveis de risco similares a estas aplicações.

Fletcher (2009) conduziu uma investigação empírica sobre redução de risco e análise de média variância. O autor examinou o desempenho de portfólios de mínima variância formados a partir de 10 estratégias de composição de portfólio, utilizando dados referentes às 400 ações das maiores empresas negociadas na Bolsa de Valores de Londres, entre 1958 e 2007. Os resultados indicam que portfólios de mínima variância têm risco bem inferior a *benchmarks* passivos, além de apresentarem desempenho superior. Fletcher utilizou diferentes

estratégias de composição de portfólio e encontrou que o desempenho de modelos da matriz de covariância é tão bom quanto o de estratégias de otimização mais sofisticadas.

Santos e Tessari (2012) examinaram a aplicabilidade e o desempenho “fora da amostra” das estratégias de otimização por média-variância e mínima-variância em relação ao desempenho da carteira ingênua (1/N) e do Índice Bovespa. As análises foram realizadas a partir de cotações diárias de 45 ativos da BMF&Bovespa, no período de março de 2009 a novembro de 2011, seguindo metodologia de janelas móveis para análise dentro e fora da amostra. Baseados em diferentes períodos de rebalanceamento das carteiras, os resultados indicaram que a otimização proporcionou menor risco. Santos e Tessari também destacaram que as carteiras otimizadas apresentaram mais elevado retorno e melhor desempenho ajustado ao risco, em comparação à carteira 1/N e ao Índice Bovespa.

Rubesam e Beltrame (2013) também investigaram a estratégia de composição de carteira de mínima variância, comparando seu desempenho aos da carteira de mercado (Índice Bovespa), da carteira diversificada ingenuamente (1/N), da carteira que maximiza o Índice de Sharpe e da carteira que maximiza a média geométrica dos retornos. Além das diferentes estratégias de composição, também foram utilizados diferentes métodos para estimação da matriz de covariância. A pesquisa utilizou dados de todas as ações negociadas na BMF&Bovespa entre junho de 1998 e junho de 2011. Os resultados mostraram que as carteiras de mínima variância apresentaram resultados superiores a todas as outras estratégias de investimento, em termos de retorno médio, volatilidade e desempenho ajustado ao risco.

A evidência de que a gestão e otimização de carteiras é favorável à obtenção de melhores desempenhos é mais frequente, considerando-se diferentes estratégias de composição de carteira, estando em acordo com o esperado teoricamente. A expectativa é que a gestão ativa de carteiras seja, de fato, capaz de reduzir a incerteza e possibilitar a obtenção de melhor desempenho.

### 3 METODOLOGIA

Este trabalho trata-se de uma pesquisa descritiva, com abordagem quantitativa. A presente seção apresenta os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa empírica. Inicia-se pela explicação das estratégias de composição das carteiras e a definição dos *benchmarks*. Em seguida, apresenta-se a amostra definida para realizar os testes. A seção segue com a explicação sobre a formação das carteiras. Parte-se para a explicação sobre os cálculos de retornos das carteiras e, por fim, sobre as estatísticas utilizadas no estudo.

### 3.1 Estratégia de composição de carteiras e *benchmarks* de mercado

A estratégia do trabalho é gerar carteiras otimizadas e compará-las com *benchmarks* de mercado e com uma carteira ingenuamente composta. São analisados comparativamente também os desempenhos de carteiras "estáticas" e com recomposição (rebalanceamento), ou seja, carteiras otimizadas a cada período.

Adotou-se a estratégia Portfólio de Mínima Variância (PMV) para composição de carteiras otimizadas, em diferentes horizontes temporais. O desempenho destas carteiras otimizadas foi comparado com o desempenho de *benchmarks* de mercado e com uma carteira ingenuamente composta (1/N). Seguindo a tendência da pesquisa no mercado brasileiro, adotaram-se o CDI como *proxy* para o ativo livre de risco e o Índice Bovespa como carteira de referência do mercado de ações (ARAÚJO; OLIVEIRA; SILVA, 2012; RUBESAM; BELTRAME, 2013). A carteira ingenuamente composta (1/N) é formada por todos os ativos, com mesma participação individual na carteira, sem análise na escolha dos ativos.

### 3.2 Amostra

Este trabalho utilizou uma amostra de 36 ações negociadas na BM&FBOVESPA no período de janeiro de 2000 a dezembro de 2012. Os dados foram coletados no sistema Economática, o qual disponibiliza séries históricas das cotações de fechamento já atualizadas pelos fatores de correção de cada série, tornando-as homogêneas desde a primeira observação. O parâmetro de consulta foi o de valores de fechamento mensais desde dezembro de 1999 a dezembro de 2012, ajustados a proventos e em moeda original.

Foram pré-selecionados os 100 ativos negociados na BM&FBOVESPA que, em dezembro de 2012, faziam parte da Carteira Teórica do Índice Brasil – IBrX. Esta escolha foi feita pelo fato destes títulos apresentarem, segundo critérios da BM&FBOVESPA, maior liquidez nos 12 meses anteriores à formação da carteira. O período de janeiro de 2000 a dezembro de 2012 foi utilizado para dispor-se de dados suficientes para gerar carteiras otimizadas e testá-las em horizontes de investimento que vão de um a dez anos. Em seguida, para que fosse possível a análise de desempenho das carteiras otimizadas em qualquer período da amostra, foram excluídas as séries de ativos que não foram negociados em todos os meses do período estudado. Assim, o número de ativos na amostra caiu de 100 para 36, que são aquelas ações com negociação ao longo de todo o período de pesquisa.

### 3.3 Períodos de análise dentro e fora da amostra

As carteiras de variância mínima são geradas e analisadas em diferentes períodos, de forma a simular possíveis investimentos realizados ao longo de uma década, iniciados em diferentes momentos e mantidos por horizontes de tempo variados.

Foram realizadas análises "dentro da amostra" e "fora da amostra" (*in sample* e *out-of-sample*) (INOUE; KILIAN, 2005; RAPACH; WOHAR, 2006). A análise "dentro da amostra" (*in sample*) utiliza os dados históricos para gerar a carteira desejada. Os parâmetros de retorno e risco destas carteiras são calculados conforme o desempenho passado dos ativos que as compõem. Assim, cada carteira gerada apresenta retorno e variância esperados, mas não há garantia que estes se concretizarão como projetado. Para verificar o desempenho da carteira quando submetida a um investimento real, é feita uma análise "fora da amostra" (*out-of-sample*). Isto é, verifica-se o seu desempenho como se ela tivesse sido realmente montada no período subsequente ao último período da análise "dentro da amostra".

As carteiras foram geradas a partir de uma amostra de 36 observações mensais (análise dentro da amostra). Para saber se o investidor seria exitoso ou não com sua estratégia de investimento, o portfólio foi analisado "fora da amostra". O período em que a carteira permanece aplicada depende muito das expectativas do investidor. Em função deste fato, as análises fora da amostra foram conduzidas em horizontes de investimento de um, três, cinco e dez anos.

Para evitar, ou minimizar, eventual viés de resultado em decorrência de fatores da conjuntura econômica, as análises dentro e fora da amostra, independentemente do horizonte de investimento, foram repetidas a cada ano, simulando a possibilidade do investidor aplicar na bolsa de valores a cada janeiro.

Como o universo amostral das séries históricas inicia-se em janeiro de 2000, as 36 primeiras observações mensais foram utilizadas para análise dentro da amostra, isto é, para compor as carteiras cuja aplicação inicia-se em janeiro de 2002, e que tiveram seu desempenho monitorado ao longo do horizonte de investimento em estudo. Este procedimento foi repetido para cada início de ano, até que o último período observado fora da amostra fosse dezembro de 2012.

O desempenho do Portfólio de Mínima Variância (PMV), da carteira de controle composta segundo a estratégia ingênua (1/N), e das aplicações de referência (*benchmarks*) representadas pelo CDI (Certificados de Depósito Interbancário) e pelo Índice Bovespa,

foram comparados, em diferentes horizontes temporais de investimento, iniciados a cada ano, nos últimos dez anos do período pesquisado. Para cada intervalo em análise, foi gerado um Portfólio de Mínima Variância baseado nas 36 observações mensais que o antecederam, sendo cada período identificado conforme o horizonte de investimento. O trabalho adota a seguinte terminologia (Quadro 1): os períodos e grupo de períodos foram nomeados conforme a sua duração, em anos, da análise fora da amostra. Seguindo esta terminologia, P1 identifica o período que foi monitorado ao longo de 1 ano (12 observações mensais), P3 identifica o período que foi avaliado por três anos (36 observações mensais), P5 identifica o período que foi observado durante cinco anos (60 observações mensais) e P10 identifica o período cuja análise fora da amostra compreendeu 10 anos (120 observações mensais). No total, foram feitas 25 análises.

**Quadro 1 – Períodos de análise dos portfólios otimizados**

Período de Análise “Dentro da Amostra”	Horizonte de Investimento - Período de Análise “Fora da Amostra”			
	12 meses	36 meses	60 meses	120 meses
2000-2002	2003 (P1.1)	2003-2005 (P3.1)	2003-2007 (P5.1)	2003-2012 (P10.1)
2001-2003	2004 (P1.2)	2004-2006 (P3.2)	2004-2008 (P5.2)	-
2002-2004	2005 (P1.3)	2005-2007 (P3.3)	2005-2009 (P5.3)	-
2003-2005	2006 (P1.4)	2006-2008 (P3.4)	2006-2010 (P5.4)	-
2004-2006	2007 (P1.5)	2007-2009 (P3.5)	2007-2011 (P5.5)	-
2005-2007	2008 (P1.6)	2008-2010 (P3.6)	2008-2012 (P5.6)	-
2006-2008	2009 (P1.7)	2009-2011 (P3.7)	-	-
2007-2009	2010 (P1.8)	2010-2012 (P3.8)	-	-
2008-2010	2011 (P1.9)	-	-	-
2009-2011	2012 (P1.10)	-	-	-

Fonte: Dados da pesquisa

Para obter o rendimento mensal (retorno esperado) dos ativos, calculou-se a variação do valor da ação entre o último pregão do mês anterior e a última negociação do mês em questão.

Os rendimentos mensais dos índices de referência, CDI e Índice Bovespa, foram obtidos no Sistema Gerenciador de Séries Temporais – SGS, do Banco Central do Brasil.

### 3.3.1 Risco da carteira

O risco da carteira foi obtido pelo cálculo das covariâncias das possíveis combinações entre pares de ativos (equação 2). Para cada carteira gerada, foi construída uma matriz de covariância baseada nas 36 observações anteriores ao período em análise, assim como calculado o rendimento médio do ativo para esse período.

### 3.3.2 Seleção de carteiras ótimas

As composições ótimas das carteiras de mínima variância foram obtidas com o auxílio do “Solver” (suplemento do *software* Excel), buscando minimizar a variância dos portfólios a partir dos dados referentes ao período estudado (análise dentro da amostra).

Em condições reais de investimento, cada nova observação na série histórica dos ativos da amostra pode ser utilizada na análise da composição de novas carteiras. Isto significa que o retorno e variância esperados são bastante dinâmicos. Adicionalmente, o peso dos ativos dentro da carteira pode ser alterado ao longo do tempo de acordo com sua valorização (ou desvalorização), mesmo não havendo nenhuma transação de compra e venda. Também é possível que o retorno e a variância da carteira sejam alterados em relação ao valor esperado original.

A cada novo período a carteira pode ser recomposta (rebalanceada), utilizando os últimos dados disponíveis para manter a composição que fornece o retorno e risco desejados. O trabalho também compara desempenho das carteiras de mínima variância balanceadas mensal e anualmente. A análise dentro da amostra destas carteiras é feita seguindo o conceito de “janelas rolantes” (*rolling windows*), no qual novos dados de rendimentos dos ativos passam a integrar a amostra, ao mesmo tempo em que observações mais antigas são descartadas.

No caso do portfólio balanceado mensalmente (PBM), a cada novo rendimento mensal observado, uma nova carteira deverá ser gerada, sucessivamente até o penúltimo mês do período de análise fora da amostra. O portfólio balanceado anualmente (PBA) também segue o mesmo princípio das janelas móveis. Neste caso, porém, a carteira é atualizada a cada 12 meses, incluindo as novas observações na análise dentro da amostra, enquanto que as 12 observações mais antigas são descartadas. O rebalanceamento de carteiras, no entanto, eleva os custos de transação como a literatura aponta, ao implicar em várias operações de compra e venda de títulos (PELSSER; VORST, 1996; LUZZINI *et al.*, 2012). Este trabalho não incluiu os custos de transação na análise de desempenho das carteiras.

A carteira composta ingenuamente (1/N) contém todos os ativos que fazem parte da amostra de cada período, em iguais proporções, isto é, sua composição é decidida sem qualquer análise sobre o risco dos ativos que a compõem nem sobre a proporção de cada um.

A composição dos portfólios balanceados periodicamente é feita a partir da estratégia de mínima variância. Deste modo, a recomposição anual (PBA) é realizada a cada ano com a criação de uma nova carteira com base nos rendimentos mensais dos três anos anteriores. A

composição do portfólio balanceado mensalmente (PBM) é obtida encontrando carteiras do tipo PMV para cada mês da análise fora da amostra, gerando um total de 120 diferentes carteiras, ao longo do período de pesquisa, sempre baseadas na análise das 36 observações anteriores. O suplemento "Solver" do Excel foi utilizado para encontrar-se a carteira de Mínima variância para cada um dos períodos.

### 3.4 Rendimento das aplicações (análise fora da amostra)

A aferição do desempenho dos portfólios de mínima variância (PMV), portfólios balanceados mensalmente (PBM), portfólios balanceados anualmente (PBA) e portfólios selecionados ingenuamente (1/N) foi feita pelo rendimento e por medidas de retorno ajustado ao risco, especificamente, o índice de Sharpe (SHARPE, 1966), o índice Modigliani & Modigliani ( $M^2$ ) (MODIGLIANI; MODIGLIANI, 1997) e o índice Sortino (SORTINO; PRICE, 1994). A rentabilidade da carteira foi medida multiplicando-se a participação de cada ativo pelo seu respectivo retorno (equação 1).

Como as observações da análise são mensais, foram registrados os rendimentos proporcionados pelas carteiras e pelas aplicações de *benchmark* em cada mês das análises "fora da amostra".

### 3.5 Cálculo de indicadores de desempenho e de testes estatísticos

Após registrar os rendimentos mensais das carteiras compostas ativamente (PMV, PMA, PMB), ingenuamente (1/N), e dos *benchmarks* de mercado (CDI e Índice Bovespa), foram calculados os indicadores de desempenho: rentabilidade total, rendimento médio, Índice de Sharpe, Índice Modigliani e Modigliani ( $M^2$ ) e Índice de Sortino. Foi então realizada uma comparação entre os indicadores de desempenho obtido por cada estratégia de composição de carteira e os *benchmarks* de mercado.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os cálculos descritos na terceira seção foram aplicados em 25 períodos diferentes, agrupados em quatro horizontes temporais de investimento: um ano (P1), três anos (P3), cinco anos (P5) e dez anos (P10). Em cada período, foram calculados os indicadores de desempenho para os *benchmarks* do mercado (CDI e Índice Bovespa) e para as carteiras compostas pelas distintas estratégias de investimento (PMV, PMA, PMB, 1/N).

O desempenho dos *benchmarks* de mercado e das carteiras compostas por distintas estratégias foi mensurado para os quatro horizontes temporais. A Tabela 1 exhibe os resultados

## Composição de Carteiras por Mínima Variância: Comparação com Benchmarks de Mercado

obtidos para o horizonte temporal de 10 anos (P10), compreendido entre janeiro de 2003 e janeiro de 2012.

**Tabela 1 – Desempenho dos investimentos durante o período P10.1 (2003-2012)**

Estratégia carteira/Benchmark	Rentabilidade	Retorno Médio	Índice Sharpe	M <sup>2</sup>	Sortino	DesvDow nside	Desv Padrão
PMV	1324,05%	2,42%	0,22	0,009	0,35	3,82%	6,00%
PBM	696,77%	1,82%	0,20	0,007	0,32	2,35%	3,83%
PBA	1067,78%	2,20%	0,22	0,009	0,35	3,26%	5,25%
1/N	932,48%	2,17%	0,17	0,006	0,26	4,19%	6,47%
CDI	259,29%	1,07%	-	-	-	-	0,34%
Índice Bovespa	440,84%	1,64%	0,09	-	0,13	4,56%	6,71%

Nota: PMV = Portfólio de Mínima Variância. PBM = Portfólio de Mínima Variância com balanceamento mensal. PBA = Portfólio de Mínima Variância com balanceamento anual. 1/N = Portfólio composto ingenuamente por todos os títulos da amostra (36). CDI = Certificados de Depósito Interbancário

Tabelas similares a esta foram geradas com os resultados dos desempenhos das carteiras otimizadas e dos dois *benchmarks* de mercado para horizontes temporais de um ano (P1), três anos (P3), cinco anos (P5). O horizonte temporal de investimento de um ano (P1) gera 10 avaliações distintas, correspondentes a cada um dos 10 anos do período. O horizonte temporal de investimento de três anos (P3) gera 8 avaliações distintas, correspondentes a cada um dos 8 períodos de 36 meses do período estudado. O horizonte temporal de investimento de cinco anos (P5), gera 6 avaliações distintas, correspondentes a cada um dos 6 períodos de 60 meses do período estudado (Quadro 1). As tabelas não são apresentadas por limitação de espaço. A continuação faz-se uma apresentação dos resultados obtidos comparativamente entre as carteiras otimizadas e os benchmarks de mercado.

A Tabela 2 sumariza a comparação do desempenho da carteira otimizada por mínima variância (PMV) em relação aos *benchmarks* CDI e Índice Bovespa, bem como com as estratégias incorporando o rebalanceamento periódico da carteira.

Como se pode observar, no período único de longo horizonte temporal, de 10 anos (P10), a análise fora da amostra (120 observações mensais) do Portfólio de Mínima Variância (PMV) apresentou desempenho superior ao dos *benchmarks* sem 100% das comparações periódicas, utilizando como medidas de desempenho, a rentabilidade, o retorno médio, o índice Sharpe e o índice Sortino (Tabela 2, Painel A).

**Tabela 2 - Comparação do desempenho da estratégia PMV**

<b>Painel A - PMV x Benchmarks de mercado</b>									
Medida de desempenho	Referência	P1		P3		P5		P10	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Rentabilidade	CDI	8	80,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	5	50,00	7	87,50	5	83,33	1	100,00
Retorno médio	CDI	7	70,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	6	60,00	7	87,50	5	83,33	1	100,00
Índice Sharpe	IBOVESPA	6	60,00	7	87,50	4	66,67	1	100,00
Índice Sortino	IBOVESPA	6	60,00	7	87,50	5	83,33	1	100,00
<b>Painel B - PMV X estratégias de otimização com rebalanceamento anual (PBA) e mensal (PBM)</b>									
Rentabilidade	PBA	-	-	7	87,50	5	83,33	1	100,00
	PBM	5	50,00	8	100,00	5	83,33	1	100,00
	1/N	4	40,00	6	75,00	3	50,00	1	100,00
Retorno médio	PBA	-	-	7	87,50	5	83,33	1	100,00
	PBM	4	40,00	8	100,00	5	83,33	1	100,00
	1/N	4	40,00	6	75,00	3	50,00	1	100,00
Índice Sharpe	PBA	-	-	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	PBM	4	40,00	6	75,00	5	83,33	1	100,00
	1/N	4	40,00	6	75,00	3	50,00	1	100,00
Índice M2	PBA	-	-	7	87,50	5	83,33	1	100,00
	PBM	5	50,00	6	75,00	5	83,33	1	100,00
	1/N	7	70,00	6	75,00	3	50,00	1	100,00
Índice Sortino	PBA	-	-	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	PBM	4	40,00	6	75,00	5	83,33	1	100,00
	1/N	3	30,00	6	75,00	3	50,00	1	100,00

Nota: IBOVESPA = Índice Bovespa. N = número de períodos que a estratégia PMV supera a aplicação de referência. P1 = Horizonte de investimento de 1 ano, analisou-se 10 períodos de 1 ano. P3 = Horizonte de investimento de 3 anos, analisou-se 8 períodos de 3 anos. P5 = Horizonte de investimento de 5 anos, analisou-se 6 períodos de 5 anos. P10 = Horizonte de investimento de 10 anos, analisou-se 1 período de 10 anos.  
Fonte: Elaboração própria

Ao fazer a comparação considerando outros horizontes temporais, observa-se que esta superioridade da estratégia PMV mantém-se, sendo superior ao CDI em 60% ou mais de todos dos períodos analisados. Na estratégia de mais curto prazo (P1) observa-se que a estratégia PMV superou o Índice Bovespa em 50% dos períodos. Este resultado, provavelmente, deve-se a oscilações de mercado que impactam favoravelmente o Índice Bovespa em horizontes temporais curtos. Entretanto, estas oscilações, ou seus efeitos, parecem ser absorvidos pelas composições de carteiras para horizontes de investimento mais longos, nos quais o PMV superou o Índice Bovespa em mais de 83% das comparações.

A superioridade do desempenho da estratégia de mínima variância (PMV) frente à estratégia ingênua (1/N) e com rebalanceamento anual (PBA) e mensal (PBM) é também observada (Tabela 2, Painel B). Para o horizonte temporal de 10 anos, observa-se que o PMV

superou as três demais estratégias em todos os indicadores de desempenho (Rentabilidade, Retorno médio, Índice Sharpe, Índice  $M^2$ , e Índice Sortino). De modo similar ao verificado na comparação com *benchmarks* de mercado, a estratégia PMV apresenta menos capacidade de superação em horizontes temporais mais curtos. No entanto, destaque-se que no horizonte temporal de 5 anos a estratégia PMV supera as estratégias com rebalanceamento anual e mensal em mais de 83% dos períodos, e em mais de 75% no horizonte de 3 anos. No horizonte anual, a estratégia PMV reduz sua capacidade de superar a estratégia de balanceamento mensal (PBM) como também a estratégia ingênua (1/N), provavelmente, em função das oscilações de mercado que são mais rapidamente incorporadas na estratégia com recomposição mensal (PBM), e que têm efeito negativo inferior na estratégia ingênua que é a carteira que conta com todos os títulos da amostra. Novamente, destaque-se a superioridade da estratégia PMV em horizontes mais longos de tempo, considerando-se o desempenho medido por medidas de rentabilidade como de retorno ajustado ao risco.

Relativamente à comparação de desempenho do PMV com as carteiras recompostas mensalmente (PBM) deve-se observar que esta pequena vantagem da estratégia PBM no horizonte de um ano pode ser diluída em custos de transação, que são bastante elevados nas carteiras com recomposição mensal. Análise similar pode ser feita com relação à estratégia ingênua (1/N). Esta não realiza a recomposição periodicamente, mas é composta por todos os títulos da amostra, sendo desta forma uma carteira com mais elevado número de títulos, o que leva também a mais elevados custos de composição.

Observa-se que, à medida que o horizonte de investimento é ampliado, os resultados indicam mais robusta superioridade da estratégia de mínima variância sobre as demais estratégias e *benchmarks*. Este é um resultado que condiz com o encontrado por Rubesam e Beltrame (2013) e Santos e Tessari (2012).

A análise comparativa feita entre PMV e *benchmarks*, bem como entre PMV e outras estratégias de otimização (PMA, PMB e 1/N) foi realizada também entre cada uma destas outras estratégias (PMA, PMB e 1/N) e *benchmarks* como também com as demais estratégias.

Os resultados da Tabela 3 são relativos à comparação da estratégia de composição de carteira com rebalanceamento anual (PBA). Os resultados indicam uma superioridade do desempenho da estratégia PBA frente aos *benchmarks* CDI e Índice Bovespa, notadamente em horizontes temporais mais longos, tanto em rentabilidade como considerando-se a avaliação por índices de retorno ajustados ao risco (Índice Sharpe e Sortino) (Tabela 3, Painel

A). Esta superação da estratégia com balanceamento anual (PBA) em relação aos *benchmarks* de mercado foi mais frequente que aquela observada pelo PMV, indicando uma vantagem da recomposição periódica da carteira. Entretanto, é recomendável destacar também os mais altos custos de transação em função deste rebalanceamento.

**Tabela 3 - Desempenho da Estratégia PMV com rebalanceamento anual (PBA)**

<b>Painel A - PBA x Benchmarks de mercado</b>							
Medida de desempenho	Referência	N	P3		P5		P10
			%	N	%	N	%
Rentabilidade	CDI	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	6	75,00	5	83,33	1	100,00
Retorno médio	CDI	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	6	75,00	5	83,33	1	100,00
Índice Sharpe	IBOVESPA	6	75,00	5	83,33	1	100,00
Índice Sortino	IBOVESPA	6	75,00	4	66,67	1	100,00
<b>Painel B - PBA x outras estratégias</b>							
Rentabilidade	PMV	1	12,50	1	16,67	0	0,00
	PBM	5	62,50	5	83,33	1	100,00
	1/N	5	62,50	3	50,00	1	100,00
Retorno médio	PMV	1	12,50	1	16,67	0	0,00
	PBM	5	62,50	4	66,67	1	100,00
	1/N	4	50,00	2	33,33	1	100,00
Índice Sharpe	PMV	1	12,50	0	0,00	0	0,00
	PBM	3	37,50	4	66,67	1	100,00
	1/N	4	50,00	3	50,00	1	100,00
Índice M2	PMV	1	12,50	1	16,67	0	0,00
	PBM	4	50,00	4	66,67	1	100,00
	1/N	5	62,50	3	50,00	1	100,00
Índice Sortino	PMV	1	12,50	0	0,00	0	0,00
	PBM	3	37,50	4	66,67	1	100,00
	1/N	4	50,00	3	50,00	1	100,00

Nota: IBOVESPA = Índice Bovespa. N = número de períodos que a estratégia PMV com rebalanceamento anual (PBA) supera a aplicação de referência. P3 = Horizonte de investimento de 3 anos. P5 = Horizonte de investimento de 5 anos. P10 = Horizonte de investimento de 10 anos.

Fonte: Elaboração própria

Verifica-se que a estratégia com balanceamento anual (PBA) é pouco capaz de superar a PMV, como visto anteriormente, tanto em rentabilidade como por rentabilidade ajustada ao risco (Tabela 3, Painel B). Por outro lado, a estratégia PBA mostrou altíssima frequência de

superação da estratégia com balanceamento mensal (PBM), sendo esta de 100% para o horizonte de 10 anos e superior a 66% no horizonte de 5 anos.

De modo similar ao observado para o PMV, a estratégia de balanceamento anual (PBA) foi menos capaz de superar a PBM indicando a vantagem da recomposição em mais curtos períodos de tempo. Destaque-se novamente os mais elevados custos de transação associados à recomposição mensal. Os resultados da Tabela 4 referem-se à comparação da estratégia de composição de carteira com rebalanceamento mensal (PBM). Os resultados também sinalizam a superioridade do desempenho da estratégia PBM frente aos *benchmarks* CDI e Índice Bovespa, principalmente em horizontes temporais mais longos, tanto em rentabilidade como pela avaliação de retorno ajustado ao risco (Índice Sharpe e Sortino) (Tabela 4, Painel A).

Verifica-se que a estratégia PBM só é capaz de alcançar, e superar um pouco, o desempenho da PMV, como visto anteriormente, tanto em rentabilidade como por rentabilidade ajustada ao risco no horizonte temporal mais curto, de 1 ano (Tabela 4, Painel B). A estratégia PBM mostrou também pouca capacidade de apresentar desempenho melhor que aquela da estratégia com balanceamento anual (PBA). Justificando que a adoção de estratégia de composição é vantajosa no processo de investimento, a PBM mostrou ser capaz de superar a estratégia ingênua quando se avalia por índices de rentabilidade ajustado ao risco, com pouca superação ao considerar-se somente rentabilidade.

**Tabela 4 - Desempenho da Estratégia PMV com rebalanceamento mensal (PBM)**

<b>Painel A - PBM x Benchmarks de mercado</b>									
		P1		P3		P5		P10	
Medida de desempenho	Referência	N	%	N	%	N	%	N	%
Rentabilidade	CDI	6	60,00	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	5	50,00	6	75,00	4	66,67	1	100,00
Retorno médio	CDI	7	70,00	7	87,50	6	100,00	1	100,00
	IBOVESPA	5	50,00	5	62,50	4	66,67	1	100,00
Índice de Sharpe	IBOVESPA	6	60,00	5	62,50	5	83,33	1	100,00
Índice de Sortino	IBOVESPA	6	60,00	6	75,00	5	83,33	1	100,00

  

<b>Painel B - PBM x outras estratégias</b>									
Rentabilidade	PMV	5	50,00	0	0,00	1	16,67	0	0,00
	PBA	-	-	3	37,50	1	16,67	0	0,00
	1/N	4	40,00	3	37,50	4	66,67	0	0,00
Retorno médio	PMV	6	60,00	0	0,00	1	16,67	0	0,00
	PBA	-	-	3	37,50	2	33,33	0	0,00
	1/N	5	50,00	3	37,50	3	50,00	0	0,00
Índice de Sharpe	PMV	6	60,00	2	25,00	1	16,67	0	0,00
	PBA	-	-	5	62,50	2	33,33	0	0,00
	1/N	5	50,00	5	62,50	4	66,67	1	100,00
Índice M2	PMV	5	50,00	2	25,00	1	16,67	0	0,00
	PBA	-	-	4	50,00	2	33,33	0	0,00
	1/N	5	50,00	6	75,00	4	66,67	1	100,00
Índice de Sortino	PMV	6	60,00	2	25,00	1	16,67	0	0,00
	PBA	-	-	3	37,50	2	33,33	0	0,00
	1/N	5	50,00	6	75,00	4	66,67	1	100,00

Nota: IBOVESPA = Índice Bovespa. N = número de períodos que a estratégia PMV com rebalanceamento mensal (PBM) supera a aplicação de referência. P1 = Horizonte de investimento de 1 ano. P3 = Horizonte de investimento de 3 anos. P5 = Horizonte de investimento de 5 anos. P10 = Horizonte de investimento de 10 anos.  
Fonte: Elaboração própria

A Tabela 5 apresenta a comparação de desempenho da estratégia ingênua (1/N) sobre os *benchmarks* de mercado e outras estratégias de composição de carteira. Os resultados sinalizam a tendência de superioridade do desempenho da estratégia 1/N frente aos *benchmarks* CDI e Índice Bovespa, tanto em rentabilidade como também, principalmente, pela avaliação de retorno ajustado ao risco (Índice Sharpe e Sortino) (Tabela 5, Painel A). De fato, a rentabilidade da estratégia ingênua foi três vezes e meia superior à renda fixa (CDI) e o dobro da renda variável (Índice Bovespa) ao longo de todo o período estudado (ver Tabela 1).

Por outro lado, verifica-se que a estratégia 1/N não é capaz de superar as estratégias PMV ou PBA no horizonte temporal mais longo (P5 e P10), sendo capaz de superar somente a estratégia com recomposição mensal (PBM) em termos de rentabilidade, mas não por avaliação de desempenho ajustado ao risco (Tabela 5, Painel B).

**Tabela 5 - Desempenho da Estratégia Ingênuia (1/N)**

<b>Painel A - 1/N x Benchmarks de mercado</b>									
Medida de desempenho	Referência	P1		P3		P5		P10	
		N	%	N	%	N	%	N	%
Rentabilidade	CDI	7	70,00	5	62,50	4	66,67	1	100,00
	IBOVESPA	7	70,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00
Retorno médio	CDI	7	70,00	6	75,00	5	83,33	1	100,00
	IBOVESPA	7	70,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00
Índice de Sharpe	IBOVESPA	9	90,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00
Índice de Sortino	IBOVESPA	7	70,00	8	100,00	6	100,00	1	100,00

**Painel B - 1/N x outras estratégias**

Rentabilidade	PMV	5	50,00	1	12,50	3	50,00	0	0,00
	PBA	0	0,00	4	50,00	3	50,00	0	0,00
	PBM	5	50,00	5	62,50	3	50,00	1	100,00
Retorno médio	PMV	5	50,00	2	25,00	3	50,00	0	0,00
	PBA			5	62,50	4	66,67	0	0,00
	PBM	5	50,00	5	62,50	3	50,00	1	100,00
Índice de Sharpe	PMV	6	60,00	2	25,00	3	50,00	0	0,00
	PBA	0	0,00	5	62,50	3	50,00	0	0,00
	PBM	3	30,00	3	37,50	2	33,33	0	0,00
Índice M2	PMV	4	40,00	2	25,00	3	50,00	0	0,00
	PBA	0	0,00	4	50,00	3	50,00	0	0,00
	PBM	4	40,00	2	25,00	2	33,33	0	0,00
Índice de Sortino	PMV	7	70,00	2	25,00	3	50,00	0	0,00
	PBA	0	0,00	5	62,50	3	50,00	0	0,00
	PBM	4	40,00	2	25,00	2	33,33	0	0,00

Nota: IBOVESPA = Índice Bovespa. N = número de períodos que a estratégia ingênuia (1/N) supera a aplicação de referência. P1 = Horizonte de investimento de 1 ano. P3 = Horizonte de investimento de 3 anos. P5 = Horizonte de investimento de 5 anos. P10 = Horizonte de investimento de 10 anos.

Fonte: Elaboração própria

Observe-se que a carteira ingênuia é composta por todos os ativos da amostra sem nenhuma estratégia de otimização. A carteira ingênuia deste trabalho foi composta pelo conjunto de 36 ativos, igualmente distribuídos, enquanto a PMV foi formada, em média, por apenas nove ativos. Esta diferença indica um mais elevado custo de composição para a estratégia ingênuia (KIRBY; OSTDIEK, 2012). Por outro lado, faz com que haja mais elevada diversificação do investimento com a consequente redução do risco da carteira. Esta redução de risco pode contribuir para o bom desempenho da estratégia ingênuia como comentado na literatura (DEMIGUEL; GARLAPPI; UPPAL, 2009).

Os bons índices de prêmio pelo risco, registrados pelas carteiras rebalanceadas, devem-se ao fato de, por serem constantemente otimizadas, conseguem proporcionar o menor risco. De fato, as carteiras otimizadas com recomposição periódica apresentaram, de modo geral e como esperado, volatilidade inferior. No entanto, o desempenho das mesmas, seja por

rentabilidade ou por retorno ajustado ao risco, não foi capaz de superar a estratégia do Portfólio de Mínima Variância.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho avaliou se a Teoria Moderna do Portfólio (TMP), que sugere uma gestão ativa de carteiras, utilizando estratégia de mínima variância, aplicada ao mercado de ações no Brasil, é capaz, como proposto teoricamente, de possibilitar a obtenção carteiras de investimento que apresentem desempenho, considerando retorno ajustado ao risco, superiores a *benchmarks* de mercado.

Os resultados sugerem para o período em questão que a estratégia de mínima variância é capaz de viabilizar a formação de carteiras cujo desempenho em termos de risco e retorno seja superior ao desempenho dos *benchmarks* de mercados (CDI e Índice Bovespa). A capacidade de superação das carteiras otimizadas pela estratégia de mínima variância é mais elevada para carteiras com horizonte de investimento mais longo, evidência alinhada a trabalhos anteriores (SANTOS; TESSARI, 2012; RUBESAM; BELTRAME, 2013). Em períodos mais curtos de investimento, a superação ocorre de forma menos consistente, resultado este que corrobora contribuições empíricas prévias no mercado brasileiro (SHENG; SAITO, 2002; ZANINI; FIGUEIREDO, 2005).

Estes resultados sugerem que o desempenho de mercado pode ser superado individualmente sistematicamente através de uma estratégia estatisticamente refinada, porém amplamente difundida, a qual faz uso tão somente das séries temporais históricas das cotações das ações envolvidas. Tal evidência lança uma luz sobre a hipótese fraca de eficiência de mercado (FAMA, 1963; FAMA, 1965; FAMA, 1970; FAMA, 1991; FAMA, 1998) no que se refere particularmente à capacidade individual de superar o desempenho do mercado fazendo-se uso de informações públicas associadas aos próprios ativos somente. Não se trata de uma evidência isolada, como já analisado no parágrafo acima, mas que reforça a necessidade de estudar o nível de eficiência de mercados financeiros de economias emergentes, como a brasileira.

O desempenho da carteira ingenuamente diversificada foi equiparável ao da carteira de mínima variância. Este resultado pode ser uma desmotivação à otimização. No entanto, é importante destacar que a carteira ingenuamente diversificada, é composta por todos os ativos (36 ações) enquanto a carteira otimizada contém, em média, somente nove ativos. Isto significa que a carteira igualmente ponderada seria pulverizada, com uma grande quantidade

de ativos, cada qual com uma pequena participação no capital do portfólio, dificultando sua administração, além dos mais elevados custos de transação devido ao maior número de ativos.

Quanto à estratégia de rebalanceamento, verificou-se que as carteiras ajustadas periodicamente auferiram, dentre as opções de investimento, rendimentos com menor volatilidade em torno do valor médio, mas esse retorno esperado foi inferior ao obtido pelas carteiras PMV. Apesar de apresentar índices de retorno ajustado ao risco comparáveis aos do Portfólio de Mínima Variância, o rebalanceamento periódico não se mostrou como estratégia viável, tendo em vista que a estratégia de rebalanceamento não foi capaz de superar a carteira otimizada uma única vez.

Diante dos resultados encontrados, constata-se que a diversificação otimizada de carteiras de ações é capaz de obter desempenho, em termos de risco e retorno, superior aos índices de mercado referentes à renda fixa e à renda variável. Esta informação é de grande valia tanto para o investidor comum como para administradores de carteiras de ativos.

Este trabalho contribui para a literatura especializada ao comparar o desempenho de carteiras otimizadas por mínima variância tanto no curto como no longo prazo, independentemente do período em que foram realizados os investimentos.

Como sugestões para trabalhos futuros, a metodologia apresentada pode ser ampliada de forma a comparar o desempenho das carteiras de mínima variância geradas a partir da semivariância dos ativos ou de outra quantidade de observações dentro da amostra que não as 36 utilizadas neste trabalho, ou mesmo reduzindo o escopo temporal, de forma a incluir mais ativos na amostra.

É válido ainda mensurar a robustez das evidências empíricas aqui reportadas, submetendo esta metodologia a exercícios estatísticos de repetição, como *bootstrap*, visando subsidiar ser este um resultado consequência da técnica utilizada e da expertise associada e não simplesmente aleatória.

## **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem as importantes contribuições dos avaliadores anônimos ao longo do processo avaliação do artigo. Vicente Lima Crisóstomo teve o apoio do CNPq através do Projeto 477343/2013-9 (Universal 14/2013). Paulo Rogério Faustino Matos agradece ao CNPq.

**REFERÊNCIAS**

- ANDRADE, F. W. M. Alocação de ativos no mercado acionário brasileiro segundo o conceito de downside risk. **Revista de Gestão**, v. 13, n. 2, p. 27-36, 2006.
- ARAÚJO, E. A. T.; OLIVEIRA, V. C.; SILVA, W. A. C. CAPM em estudos brasileiros: uma análise da pesquisa. **Revista de Contabilidade e Organizações**, v. 6, n. 15, p. 95-122, 2012.
- BELLHOUSE, D. Decoding Cardano's Liber de Ludo Aleae. **Historia Mathematica**, v. 32, n. 2, p. 180-202, 2005.
- BLACK, F.; PEROLD, A. F. Theory of constant proportion portfolio insurance. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 16, n. 3-4, p. 403-426, 1992.
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. J. **Fundamentos de investimentos**. Porto Alegre: BOOKMAN, 2000.
- BRANDT, M. W. Portfolio Choice Problems. In: AIT-SAHALIA, Y.; HANSEN, L. P. (Ed.). **Handbook of Financial Econometrics**: North-Holland Elsevier, 2009. Cap.5. p. 269-336. (Handbooks in Finance).
- BROWN, J. R. Managing the retail format portfolio: An application of modern portfolio theory. **Journal of Retailing and Consumer Services**, v. 17, n. 1, p. 19-28, 2010.
- CONSTANTINIDES, G. M.; MALLIARIS, A. G. Portfolio theory. In: JARROW, R. A. *et al* (Ed.). **Handbooks in Operations Research and Management Science**: Elsevier B.V., 1995. Cap.1. p. 1-30.
- CUTHBERTSON, K.; NITZSCHE, D.; O'SULLIVAN, N. UK mutual fund performance: Skill or luck? **Journal of Empirical Finance**, v. 15, n. 4, p. 613-634, 2008.
- DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L.; UPPAL, R. Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy? **Review Of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.
- DOMIAN, D. L.; LOUTON, D. A.; RACINE, M. D. Diversification in portfolios of individual stocks: 100 stocks are not enough. **The Financial Review**, v. 42, n. 4, p. 557-570, 2007.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J. Modern portfolio theory, 1950 to date. **Journal of Banking & Finance**, v. 21, n. 11-12, p. 1743-1759, 1997.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; BROWN, S. J.; GOETZMANN, W. N. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2014.
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.; DAS, S.; HLAVKA, M. Efficiency with costly information: a reinterpretation of evidence from managed portfolios. **The Review of Financial Studies**, v. 6, n. 1, p. 1-23, 1993.
- FAMA, E. F. Mandelbrot and the stable paretian hypothesis. **The Journal of Business** n. 36, n., p. 420-429, 1963.
- FAMA, E. F. Random walks in stock market prices, *Financial Analysts Journal*, v. 21, n.5, p. 55-59. Reprinted in 1995 as Random Walks in Stock Market Prices. **Financial Analysts Journal**, v. 51, n. 1, p. 75-80, 1965.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, v. 25, n. 2, p. 383-417, 1970.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 5, p. 1575-1617, 1991
- FAMA, E. F. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. **Journal of Financial Economics**, v. 49, n. 3, p. 283-306, 1998.
- FLETCHER, J. Risk reduction and mean-variance analysis: An empirical investigation. **Journal of Business Finance and Accounting**, v. 36, n. 7-8, p. 951-971, 2009.

- HASUIKE, T.; ISHII, H. Probability maximization models for portfolio selection under ambiguity. **Central European Journal of Operations Research**, v. 17, n. 2, p. 159-180, 2009.
- HU, J.-L.; CHANG, T.-P.; CHOU, R. Y. Market conditions and the effect of diversification on mutual fund performance: should funds be more concentrative under crisis? **Journal of Productivity Analysis**, v. 41, n. 1, p. 141-151, 2014.
- INOUE, A.; KILIAN, L. In-sample or out-of-sample tests of predictability: which one should we use? **Econometric Reviews**, v. 23, n. 4, p. 371-402, 2005.
- JÚDICE, J. J.; RIBEIRO, C. O.; SANTOS, J. P. J. Análise comparativa dos modelos de selecção de carteiras de acções de Markowitz e Konno. **Investigação Operacional**, v. 23, n. 2, p. 211-224, 2003.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk. **Econometrica**, v. 47, n. 2, p. 263-292, 1979.
- KEIM, D. B. An analysis of mutual fund design: The case of investing in small-cap stocks. **Journal of Financial Economics**, v. 51, n. 2, p. 173-194, 1999.
- KIRBY, C.; OSTDIEK, B. It's all in the timing: Simple active portfolio strategies that outperform naïve diversification. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 47, n. 2, p. 437-467, 2012.
- KONNO, H.; YAMAZAKI, H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market. **Management Science**, v. 37, n. 5, p. 519-531, 1991.
- LUZZINI, D.; CANIATO, F.; RONCHI, S.; SPINA, G. A transaction costs approach to purchasing portfolio management. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 32, n. 9, p. 1015-1042, 2012.
- MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- \_\_\_\_\_. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959.
- MARKOWITZ, H. M. Normative portfolio analysis: Past, present, and future. **Journal of Economics and Business**, v. 42, n. 2, p. 99-103, 1990.
- \_\_\_\_\_. Foundations of Portfolio Theory. **The Journal of Finance**, v. 46, n. 2, p. 469-477, 1991.
- MODIGLIANI, F.; MODIGLIANI, L. Risk-Adjusted Performance. **Journal of Portfolio Management**, p. 45-54, 1997.
- ORE, O. **Cardano The Gambling Scholar** (tradução do livro em latim "Liber de Ludo Aleae" de Gerolamo Cardano por Sydney Henry Gould). v. 1: Princeton University Press, 1953. p. 249.
- PELSSER, A.; VORST, T. Transaction costs and efficiency of portfolio strategies. **European Journal of Operational Research**, v. 91, n. 2, p. 250-263, 1996.
- PINHEIRO, C. A. O.; MATSUMOTO, A. S.; TABAK, B. M. An application of the mean-semivariance approach to the portfolio allocation problem: the case of Brazil. **Journal of International Finance and Economics**, v. 8, p. 132-135, 2008.
- RAPACH, D. E.; WOHAR, M. E. In-sample vs. out-of-sample tests of stock return predictability in the context of data mining. **Journal of Empirical Finance**, v. 13, n. 2, p. 231-247, 2006.
- RUBESAM, A.; BELTRAME, A. L. Carteiras de Variância Mínima no Brasil. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 1, p. 81-118, 2013.
- SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas quantitativas de otimização de carteiras aplicadas ao mercado de ações brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 10, n. 3, p. 369-393, 2012.
- SHARPE, W. F. Mutual Fund Performance. **The Journal of Business**, v. 39, 1966.

- SHAWKY, H. A.; SMITH, D. M. Optimal Number of Stock Holdings in Mutual Fund Portfolios Based on Market Performance. **The Financial Review**, v. 40, n. 4, p. 481-495, 2005.
- SHENG, H. H.; SAITO, R. Análise de métodos de replicação: o caso IBOVESPA. **Revista de Administração de Empresas**, v. 42, n. 2, p. 66-76, 2002.
- SHUKLA, R. The value of active portfolio management. **Journal of Economics and Business**, v. 56, n. 4, p. 331-346, 2004.
- SORTINO, F. A.; PRICE, L. N. Performance Measurement in a Downside Risk Framework. **The Journal of Investing**, v. 3, n. 3, p. 59-64, 1994.
- TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Loss Aversion in Riskless Choice: A Reference-Dependent Model. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 106, n. 4, p. 1039-1061, 1991.
- VACLAVIK, M.; JABLONSKY, J. Revisions of modern portfolio theory optimization model. **Central European Journal of Operations Research**, v. 20, n. 3, p. 473 -483, 2012.
- WILLIAMS, L. Cardano and the gambler's habitus. **Studies in History and Philosophy of Science**, v. 36, n. 1, p. 23-41, 2005.
- ZANINI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 6, n. 2, p. 37-64, 2005.