



ARTIGO

 <https://doi.org/10.47207/rbem.v1i.9151>

Análise quantitativa dos resultados de uma Sondagem dos estudantes de 6º ano frente aos problemas do Campo Multiplicativo

RIBEIRO, Marcos Luiz

Universidade Cruzeiro do Sul. Graduado em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Santo Amaro e em Pedagogia pela Universidade Nove de Julho. Docente do Ensino Fundamental e Médio da Rede Pública de São Paulo. Mestrando do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6482-4031>. E-mail: marcoscoordenadorprefeituras@gmail.com.

CURI, Edda

Universidade Cruzeiro do Sul. Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Professora Titular da Universidade Cruzeiro do Sul, atuando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da mesma instituição. ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6347-0251>.

E-mail: edda.curi@gmail.com.

Resumo: O objetivo deste trabalho é apresentar uma análise quantitativa dos dados de uma avaliação relacionada aos problemas do Campo Multiplicativo fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, realizada semestralmente pela Rede Municipal de Educação da Cidade de São Paulo, com estudantes do 1º ao 6º ano do Ensino Fundamental. O estudo foca nas análises de invariantes operacionais em resolução de problemas do Campo Multiplicativo e chamavam a atenção para um aspecto da proporcionalidade, em função das dificuldades dos estudantes que estão relacionadas com a Multiplicação Comparativa. Assim este artigo disserta sobre os conceitos centrais de Vergnaud acerca das Estruturas do Campo Multiplicativo. Utilizamos a abordagem quantitativa presente, nos estudos de John W. Cresweell. A amostra do estudo constou na análise de protocolos dos 110 estudantes do 6º ano, com suas respectivas resoluções, tomando por base a grade indicada no documento de sondagens da SME de São Paulo, DOS, cuja descrição é feita no artigo, que tem por aporte a TCC. O trabalho de análise contou com a participação de professores orientadores da Rede de Ensino.

Palavras-chave: Campo Multiplicativo; Resolução de Problemas; Teoria dos Campos Conceituais.

Quantitative analysis of the results of a Survey of 6th year students in the face of the problems of the Multiplicative Field

Abstract: The objective of this work is to present a quantitative analysis of the data of an evaluation related to the problems of the Multiplicative Field based on Vergnaud's Conceptual Field Theory, carried out every six months by the Municipal Education Network of the City of São Paulo, with students from the 1st to the 6th of Elementary School. The study focuses on the analysis of operational invariants in problem solving in the Multiplicative Field and called attention to an aspect of proportionality, due to the difficulties of students that are related to Comparative Multiplication. So this article talks about Vergnaud's central concepts about the Structures of the Multiplicative Field. We use a quantitative approach present in the studies of John W. Cresweell. The sample of the study consisted in the analysis of protocols of the 110 students of the 6th year, with their solutions, based on the grade attributed in the survey document of the SME of São Paulo, DOS, whose description is made

in the article, which has a contribution CBT. The analysis work had the participation of supervising teachers from the Teaching Network.

Keywords: Multiplicative Field; Problem solving; Theory of Conceptual Fields.

Análisis cuantitativo de los resultados de una encuesta a estudiantes de 6^o grado frente a la problemática del Campo Multiplicativo

Resumen: El objetivo de este trabajo es presentar un análisis cuantitativo de los datos de una evaluación relacionada con los problemas del Campo Multiplicativo con base en la Teoría del Campo Conceptual de Vergnaud, realizada semestralmente por la Red Municipal de Educación de la Ciudad de São Paulo, con estudiantes de 1^o a 6^o año. Escuela primaria. El estudio se centra en el análisis de invariantes operacionales en la resolución de problemas en el Campo Multiplicativo y llamó la atención sobre un aspecto de proporcionalidad, debido a las dificultades de los estudiantes que se relacionan con la Multiplicación Comparada. Entonces, este artículo habla de los conceptos centrales de Vergnaud sobre las estructuras del campo multiplicativo. Utilizamos el enfoque cuantitativo actual, en los estudios de John W. Creswell. La muestra del estudio consistió en el análisis de protocolos de los 110 estudiantes del 6^o año, con sus respectivas resoluciones, con base en la cuadrícula indicada en el documento de encuesta de la Pyme de São Paulo, DOS, cuya descripción se hace en el artículo, cuyo aporte el CBT. El trabajo de análisis contó con la participación de profesores supervisores de la Red Docente.

Palabras clave: Campo multiplicativo; Resolución de problemas; Teoría de los campos conceptuales.

Introdução

O objetivo deste artigo é apresentar uma análise quantitativa dos dados de uma sondagem de Matemática frente aos problemas do campo multiplicativo¹, realizada em uma escola pública da Rede Municipal de Educação da Cidade de São Paulo. Esta avaliação faz parte do processo de ensino das escolas desta rede, e é aplicada semestralmente aos estudantes do 1^o ao 6^o ano do Ensino Fundamental para verificar suas aprendizagens quanto a este objeto de conhecimento nos campos aditivo e multiplicativo. Esta pesquisa foi realizada com alunos de 6^o ano, tendo como referência o “Documento Orientador para Sondagem em Matemática”, publicado em 2018 pela Rede Municipal de Educação de São Paulo. Esse documento foi organizado por esta rede municipal e tem o objetivo de acompanhar as aprendizagens dos estudantes do Ensino Fundamental, e dar subsídios para a análise dos resultados apoiando os

¹ Nomenclatura usada em documentos da Secretaria Municipal de Educação para referir-se a problemas que envolvem as operações de multiplicação, divisão ou uma composição dessas duas operações, com base em aportes teóricos de Gerard Vergnaud.

professores e equipes técnicas na ampliação do conhecimento dos significados das operações, bem como no Sistema de Numeração Decimal.

Este Estudo se baseou na Teoria dos Campos Conceituais Vergnaud (2009), no entanto, nosso foco será as Estruturas Multiplicativas. O documento de sondagem retoma de forma mais geral essa teoria, mas também está apoiado nas Orientações Didáticas do Currículo da Cidade de São Paulo – Matemática publicado em 2018 no volume 1, que discute inclusive os procedimentos de resolução da multiplicação e divisão. Esses documentos subsidiarão o texto apresentado a seguir.

Apoiado na Teoria dos Campos Conceituais é possível mapear as aprendizagens dos estudantes, discutindo inclusive as representações dos estudantes, o que possibilita uma compreensão das filiações e rupturas dos conhecimentos dos estudantes em relação a esta teoria (VERGNAUD, 1996).

O campo conceitual e as estruturas multiplicativas

Nosso foco neste artigo será o Campo Multiplicativo, e discutiremos as duas grandes categorias de problemas deste campo: o Isomorfismo de Medidas e o Produto de Medidas, que de acordo com o autor, permitem agrupar os problemas de multiplicação e divisão em subcategorias menores. Vergnaud (2009) destaca no Isomorfismo de Medidas os problemas de proporcionalidade, mas faz também um destaque para problemas que indicam a busca pelo dobro, triplo, metade, três vezes mais, duas vezes mais, etc. Nos problemas do Produto de Medida, o autor também destaca dois conjuntos de problemas, o da configuração retangular e o da combinatória.

Alguns documentos curriculares têm incorporado essa teoria desde o final dos anos 90. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), já apresentavam as concepções da resolução de problemas do campo multiplicativo e chamavam a atenção para um aspecto da proporcionalidade, em função das dificuldades dos estudantes que estão relacionadas com a multiplicação comparativa, como a ideia de dobros, triplo, metades, terça parte, etc. No entanto estas ideias são retiradas do novo documento curricular nacional: Base Nacional Comum Curricular – BNCC.

Os documentos curriculares da SME vêm utilizando este referencial de Vergnaud (2009) em sua organização como “Orientações Curriculares e Proposição de Expectativas de Aprendizagem – Matemática (2007) e os documentos atuais que balizam o currículo da rede: “Currículo da Cidade” – Matemática (2017), “Orientações Didáticas do Currículo da Cidade de São Paulo” – Matemática (2018) e os Cadernos da Cidade – Saberes e Aprendizagens – Matemática (2018). A seguir discutiremos o Isomorfismo de Medidas e o Produto de Medidas.

O Isomorfismo de Medidas

Desde dos PCNs (BRASIL,1997), o Isomorfismo de Medidas tem sido apresentado a partir de duas subcategorias, a Proporcionalidade, a qual envolve problemas com uma relação quaternária entre seus termos e uma proporção direta simples entre duas grandezas, e a Multiplicação Comparativa que tem situações com relação ternária de proporção direta simples entre grandezas, que podem ser ensinadas desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Proporcionalidade

A proporcionalidade simples é composta por problemas que possuem diferentes grupos de relações que estão distribuídas nas situações de um a muitos, partição (distribuição), cota (agrupamentos) e muitos a muitos (quarta proporcional), como mostra o quadro 1:

Quadro 1 – Tipos de problemas com a Proporcionalidade

<i>Tipo de problema</i>	<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>	<i>Resolução</i>
Relação Um a Muitos	Cada pacote tem 3 iogurtes, comprei quatro pacotes, quantas iogurtes comprei?	Pacotes Iogurtes 1 → 3 4 → x	Operador x3
Correspondência da Partição	Comprei quatro pacotes de iogurtes com um total de 12 iogurtes. Quantos iogurtes vêm em cada pacote?	Pacotes Iogurtes 1 → x 4 → 12	Operador x3

Correspondência de Cota	Comprei alguns pacotes de iogurtes com um total de 12 iogurtes. Cada pacote tem 3 iogurtes, quantos pacotes comprei?	Pacotes Iogurtes 1 → 3 x → 12	Operador $\div 3$
Relação Muitos a Muitos	Comprei três pacotes de iogurtes, com o total de nove iogurtes. Quantos iogurtes vem em quatro pacotes?	Pacotes Iogurtes 3 → 9 4 → x	Operador $\times 3$

Fonte: Vergnaud (1991), adaptado pelo pesquisador

A relação “Um a Muitos” é uma proporção direta simples, que faz a relação entre duas variáveis, e determina o quanto uma é maior e as vezes menor que a outra. Já na situação da “Partição”, a quantidade de muitos é fornecida e busca-se o número de agrupamentos que teremos ao reparti-la em grupos menores de mesma quantidade. No problema da Cota procura-se obter o número de agrupamentos que podemos formar com a quantidade de três iogurtes, e na situação da correspondência Muitos a Muitos é necessário compreender o padrão existente entre os números de pacotes e a quantidade de iogurtes por pacote.

Multiplicação Comparativa

A multiplicação comparativa é uma correspondência de proporção simples, que relaciona as quantidades das grandezas com base nos termos dobro, triplo e metade, duas vezes mais, três vezes mais, entre outros. Os problemas das situações da multiplicação comparativa correspondem ao referido desconhecido, o referente desconhecida e a relação, e estão representados no quadro 2.

Quadro 2 – Tipos de problemas com a Multiplicação Comparativa

Tipo de problema	Enunciado /Estratégia de Resolução
Correspondência do Referido Desconhecido	Joaquim tem o triplo da idade de seu filho, sabendo que a criança tem nove anos. Quantos anos tem seu pai? ? Referido (Idade de Joaquim) x3 Referente (Idade do seu filho)
Correspondência do Referente Desconhecido	A idade de Joaquim é cinco vezes maior que a de seu filho. O pai tem 30 anos. Qual é a idade de seu filho? 30 Referido (Idade de Joaquim) $\div 5$? Referente (Idade do seu filho)
Correspondência da Relação Desconhecida	Pedro tem 36 figurinhas e João 12 figurinhas. A quantidade de figurinhas que João tem é quantas vezes menor que Pedro? ($\div ?$ x?) Referido (Quant. de figurinhas de Pedro)

	12	Referente (Quantidade de figurinhas de João)
--	----	--

Fonte: Vergnaud (1991), adaptado pelo pesquisador

O Produto de Medidas

Produto de Medidas é uma categoria de problemas com estrutura multiplicativa que tem relação ternária nas situações, onde uma é o resultado da multiplicação entre as outras duas. Esta categoria é composta pela Configuração Retangular e a Combinatória, que tem um conjunto de problemas mais difíceis de compreensão pelas crianças comparados com o Isomorfismo de Medidas, por isso seu ensino é indicado nos anos finais do primeiro segmento do Ensino Fundamental (a partir do 3º ano de escolaridade).

Configuração Retangular

A Configuração Retangular é uma correspondência entre linhas e colunas que configuram os lados de um retângulo, nas situações multiplicativas, que estão relacionadas com o cálculo de área retangular, sendo que a quantidade de objetos é o produto entre uma linha e uma coluna desta figura geométrica. Nos anos iniciais envolve grandezas discretas, vejam um exemplo no quadro 3:

Quadro 3 – Exemplo da Configuração Retangular

<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>
Preciso colocar revestimento no piso de minha casa que tem formato retangular, com dimensões de 12 metros de comprimento por 7 de largura. Quantos metros quadrados de revestimento vou comprar?	A multiplicação dos 12×7 resolve este problema.

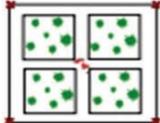
Fonte: Vergnaud (1991), (adaptado pelo pesquisador)

Combinatória

As situações apresentadas nesses problemas envolvem o princípio da contagem. O raciocínio utilizado pelos estudantes é o de esgotar as possibilidades mostrando todas as combinações e posteriormente chegar ao entendimento que se trata de uma estrutura multiplicativa.

A representação da situação por um esquema é essencial em qualquer solução, neste caso há vários conceitos do cotidiano que podem ser apresentados para que os estudantes encontrem as resoluções. Os problemas com a combinatória podem ser de três tipos: o todo desconhecido e um dos números implícitos, uma das partes desconhecida e o total desconhecido e o total desconhecido e o números de escolha implícitos, conforme mostrados no quadro 4.

Quadro 4 – Exemplos dos tipos de problemas com a Combinatória

<i>Tipo de Problema</i>	<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>
O todo desconhecido e um dos números implícitos	Uma sorveteria vende um sorvete de uma bola nas opções <i>casquinha e cascão</i> , sendo que as opções de sabores são: abacaxi, baunilha, morango e uva. José quer um sorvete de uma bola, de quantas modos diferentes por pedir um sorvete?	A situação apresentada é resolvida com a multiplicação $2 \times 4 = 8$.
Partes desconhecidas e o total desconhecido	O Bazar São José vende bolas de futebol grandes e pequenas, e com cores diferentes. Cada cor tem bola de dois tamanhos, e no total tem 6 bolas de futebol. Quantas são as cores dessas bolas?	A divisão $6 \div 2 = 3$ resolve este problema.
O total desconhecido e números de escolha implícitos	Um pedestre encontra-se no meio da praça com formato quadrado, em cada canto da praça tem uma saída. Quantos caminhos ele pode seguir para sair da praça, sem pisar nos canteiros e sem passar pelo mesmo caminho duas vezes? Ele sairá pela primeira saída que encontrar. 	A multiplicação $2 \times 4 = 8$ resolve este problema.

Fonte: Gitirana (2014), adaptado pelo pesquisador

Metodologia e procedimentos de pesquisa

Na organização da metodologia desta investigação utilizamos a abordagem quantitativa, presente nos estudos de John W. Creswell (2010) e seus colaboradores. A escolha pelo método quantitativo foi decorrente do número de participantes da pesquisa, pois analisamos os protocolos de 110 estudantes de 6º ano, com suas respectivas resoluções, tomando por base a grade indicada no documento de sondagens da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo (SME-SP).

Nesta pesquisa o tratamento dos dados quantitativos realizados pelo pesquisador contribuiu para o exercício de Professor Orientador de Aprendizagem (POA) de Matemática, junto a coordenação pedagógica e colegas professores. Era também pretensão do pesquisador, entender como os estudantes dos 6^{os} anos desta escola formulam suas hipóteses ao resolver problemas no Campo Multiplicativo e entendem os significados das operações de multiplicação e divisão.

Além disso, a nossa pesquisa também utiliza documentos como fonte que de acordo com Gil (1999), Marconi e Lakatos (2007), permitem a identificação das fontes primárias, conferir a autenticidade dos documentos, selecionar e analisar dados nos documentos que ajudem a entender a proposta do problema de pesquisa e proporcionar avanços nas hipóteses levantadas.

Nesta pesquisa, os protocolos dos estudantes que utilizaremos são considerados documentos de fontes primárias, já que não houve nenhum tipo de análise sobre eles.

É importante também compreender como foi o processo de coleta destes dados. O primeiro aspecto a ser destacado foi o processo de aplicação deste instrumento de sondagem.

A aplicação da sondagem foi realizada pelo professor de Matemática das turmas dos 6^o anos. O que iremos analisar foi aplicado no início do ano, precisamente em março de 2019, e após análise e compatibilização dos dados, os professores da escola em que esta sondagem foi aplicada, discutiram os resultados com o POA na escola, buscando compreender que situações precisariam ser organizadas após esta análise, que permitiriam avanços das aprendizagens dos seus alunos em relação ao Campo Multiplicativo.

A seguir apresentaremos o Documento Orientador da Sondagem, com seus respectivos problemas, mas também com sua grade de análise.

O Documento Orientador para Sondagem de Matemática

O Documento Orientador para Sondagem de Matemática busca subsidiar os professores e equipes técnicas das escolas para o acompanhamento das aprendizagens dos estudantes tanto em relação ao Sistema de Numeração Decimal, quanto aos conhecimentos do Campos Conceituais – Aditivo e Multiplicativo.

A aplicação dos instrumentos contidos no Documento Orientador de Sondagem está prevista para o início de cada semestre do ano letivo em todas as turmas do Ciclo de Alfabetização (1º, 2º e 3º anos) e Ciclo Interdisciplinar (4º, 5º e 6º anos). Pode ser considerada como uma avaliação do processo de ensino, e vista como uma ferramenta pedagógica que possibilita ajudar os professores e escola a potencializar as fontes de conhecimentos dos estudantes, permitindo olhar longitudinalmente para as aprendizagens e tomar decisões pedagógicas ágeis em função dos resultados estarem a disposição da própria unidade escolar.

O documento orientador da sondagem foi organizado por profissionais da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo tendo objetivo de observar dois aspectos: a escrita de números e a resolução de problemas.

Esse documento está articulado com outros amparos pedagógicos oficiais da rede como o Currículo da Cidade de São Paulo (2017), As Orientações Didáticas, vol.1 (2018) e os Cadernos da Cidade-Saberes e Aprendizagens (2018).

O documento apresenta dois instrumentos avaliativos para cada ano de escolaridade dos Ciclos de Alfabetização e Interdisciplinar, tanto para o Sistema de Numeração Decimal, quanto para a resolução de problemas envolvendo o Campo Aditivo e o Multiplicativo.

Como nossa pesquisa está relacionada ao Campo Multiplicativo analisaremos o documento sob este mesmo prisma. Na Teoria dos Campos Conceituais, o Campo Multiplicativo envolve os problemas de multiplicação e divisão e estão organizados de acordo com os objetivos de desenvolvimento e aprendizagem do Currículo da Cidade – Matemática (2017) para cada ano escolar e conforme as indicações de Vergnaud (2009) como mostra o quadro 5 a seguir.

Quadro 5 - Problemas do Campo Multiplicativo por ano de escolaridade, conforme o Currículo da Cidade: Matemática

Tipos	<i>Campo Multiplicativo</i>			
	Proporcionalidade	Configuração Retangular	Combinatória	Multiplicação Comparativa
1º ano				
2º ano	X			
3º ano	X	X		
4º ano	X	X	X	
5º ano	X	X	X	X
6º ano	X	X	X	X

Fonte: Adaptado por nós do Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p. 12.

A Estrutura Multiplicativa das situações envolvendo a multiplicação e divisão, estão agrupadas em categorias. Os problemas apresentados abrangem diversos níveis de dificuldade, afim de diagnosticar os conhecimentos que os estudantes possuem sobre o tema e direcionar o ensino do Campo Multiplicativo, mas devem ser adequados ao ano de escolaridade, conforme indicação do Currículo da Cidade – Matemática (2017).

Cabe destacar que no instrumento de sondagem do 6º ano, que foi utilizado para a coletar os dados, existem 8 problemas, sendo 4 do Campo Aditivo e 4 do Campo Multiplicativo, abordando um significado diferente para cada problema.

Para nossa investigação utilizaremos os problemas numerados de 5 a 8 no documento de sondagem. São eles:

Quadro 6 - Problemas do Campo Multiplicativo do instrumento de pesquisa

Nº	Enunciado	Significado
5	Uma sorveteria vende sorvetes nos seguintes sabores: chocolate, abacaxi, morango, flocos e uva e quatro tipos de coberturas diferentes. Podendo escolher um tipo de sabor de sorvete e um tipo de cobertura, de quantas formas diferentes é possível montar esse sorvete?	Combinatória
6	Em uma sala de cinema, há 18 poltronas em cada fileira. Na exibição de um filme, todas as 216 poltronas foram ocupadas. Quantas fileiras há nesta sala de cinema?	Multiplicação Comparativa
7	Com 64 reais, consigo comprar dezesseis barras de chocolate de mesmo valor. Com 48 reais, quantas dessas barras eu conseguiria comprar?	Proporcionalidade: Relação Muitos a muitos
8	Em um ônibus de viagem cabem 42 passageiros sentados, que é o triplo de passageiros que cabem em um transporte escolar. Quantos passageiros cabem nesse transporte escolar?	Multiplicação Comparativa: Referente Desconhecido – Ideia de triplo

Fonte: adaptado do Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p. 20.

O documento de sondagem possui uma grade que nos proporcionou fazer uma análise quantitativa dos resultados afim de apresentá-los em categorias. Para isto, coletamos as informações retiradas dos protocolos, com o objetivo de identificar quais os tipos de problemas que eles têm mais facilidades e levantar suas dificuldades diante das resoluções, para discutir a partir das análises, as intervenções no ensino que os professores podem realizar para os avanços das aprendizagens dos estudantes no Campo Multiplicativo de acordo com as categorias apresentadas no documento de sondagem. A seguir temos a grade de análise proposta no documento de sondagem:

1. Compreendeu a ideia, acertou a estratégia e o resultado (IER)

Nesta categoria o documento aponta para os protocolos dos estudantes que compreenderam a ideia do problema, acertam a estratégia de resolução, mesmo que não formal, apresentando um método válido, e acertam os procedimentos de cálculo chegando no resultado correto.

2. Compreendeu a ideia, acertou a estratégia e errou o resultado (IE)

Nesta categoria o documento destaca os protocolos dos estudantes que compreenderam a ideia que resolve o problema, acertam a estratégia apresentando um método válido, porém não acertam os procedimentos de cálculo, e terminam errando o resultado.

3. Compreendeu a ideia, errou a estratégia e acertou o resultado (IR)

Nesta categoria o documento aponta para protocolos dos estudantes que compreenderam a ideia ao resolver o problema, erram a estratégia, pois não apresentam um método compatível com a situação, e apontam somente o resultado do problema por meio do cálculo mental.

4. Compreendeu a ideia, errou a estratégia e o resultado (I)

Nesta categoria o documento destaca os protocolos dos estudantes que compreenderam a ideia ao resolver o problema, erram a estratégia apresentando um método não válido e não acertam os procedimentos de cálculo com isto erram o resultado.

5. Não compreendeu a ideia, errou a estratégia e o resultado (NA)

Nesta categoria o documento indica os protocolos dos estudantes que compreenderam o raciocínio multiplicativo que resolve o problema, erram a estratégia apresentando um método não válido e não acertam os procedimentos de cálculo com isto erram o resultado.

6. Não respondeu (NR)

Nesta categoria o documento aponta para os protocolos dos estudantes que não apresentaram nenhum tipo de registro para resolver o problema.

Análise quantitativa dos dados da pesquisa

A coleta de dados desta pesquisa contou com 110 protocolos, totalizando 440 problemas para serem analisados com Estruturas Multiplicativas resolvidos por alunos de

todas as turmas dos 6^{os} anos da E.M.E.F. Joaquim Bento Alves de Lima Neto. A tabela a seguir apresenta o número de alunos por turma e o número de protocolos analisados.

Tabela 1 – Número de alunos por turma e protocolos analisados

<i>Turmas</i>	<i>Nº de alunos por turma</i>	<i>Nº de protocolos analisados</i>
6 ^o A	30	28
6 ^o B	30	28
6 ^o C	30	28
6 ^o D	30	26
<i>Total</i>	120	110

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Os problemas serão analisados a seguir de acordo com a ordem apresentada no instrumento de sondagem, destacando a categoria e a subcategoria.

A categoria do Produto de Medidas - Combinatória

Vergnaud (1991) menciona que as situações deste conjunto de problemas têm relação ternária entre as grandezas, na qual uma é o produto das outras duas. A Combinatória envolve situações que utilizam o Princípio da Contagem, a qual o autor e os documentos curriculares da rede associam às estruturas multiplicativas, mas que a BNCC associa ao campo da contagem numérica. Para resolver os problemas do Produto de Medidas os estudantes costumam utilizar inicialmente a estratégia de combinar um elemento de um conjunto com os elementos do outro conjunto, esgotando todas as possibilidades de combinações desse evento, contando-as para registrar o seu total. Com o passar do tempo eles entendem que este significado tem estrutura multiplicativa.

Vergnaud (1991) destaca que as crianças em suas primeiras experiências com estes problemas os resolvem com desenhos e estratégias pessoais, e posteriormente trazem o raciocínio multiplicativo para suas resoluções. No entanto, consideramos que no 6^o ano, os estudantes utilizam seus conhecimentos formais sobre as estruturas multiplicativas.

As tabelas apresentadas a seguir organizam por turmas os dados de acertos e erros dos estudantes em cada problema, conforme as categorias de análise do Documento de Sondagem de Matemática que utiliza a grade de análise mencionada anteriormente.

Quadro 7 – Problema com a Combinatória

<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>
Uma sorveteria vende sorvetes nos seguintes	A multiplicação 5x4 resolve este problema

sabores: chocolate, abacaxi, morango, flocos e uva e quatro tipos de coberturas diferentes. Podendo escolher um tipo de sabor de sorvete e um tipo de cobertura, de quantas formas diferentes é possível montar esse sorvete?

Fonte: Fonte: Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p.20.

A tabela a seguir mostra os dados da resolução do problema 5 por turmas.

Tabela 2 – Acertos por turma – Problema de Combinatória
Organização dos dados com o problema da Combinatória
Quantidade de acertos por turma

6ºA		6ºB		6ºC		6ºD		Total
IER	16	IER	17	IER	17	IER	16	66
IE	1	IE	3	IE	1	IE	2	7
IR	3	IR	1	IR	0	IR	3	7
I	0	I	2	I	0	I	0	2
NA	7	NA	5	NA	8	NA	1	21
NR	1	NR	1	NR	2	NR	3	7

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Dos 110 problemas de combinatória analisados, observamos que um grande número de alunos (66) resolveram corretamente o problema, se apropriando da ideia, utilizando estratégias corretas e chegando também ao resultado esperado. Uma pequena parte, 7 alunos identificaram a operação que resolve o problema e usaram a estratégia correta, mas erraram no cálculo.

Outros 7 alunos identificaram a ideia do problema, acertaram o resultado, mas apresentaram uma estratégia inadequada para a resolução ou apenas registram o resultado. Dois alunos identificam a ideia, mas não resolvem a operação. No entanto, 21 alunos, ao que parece, não compreenderam a ideia do problema, o que não possibilitou a eles utilizarem uma estratégia correta para sua resolução e encontrar um resultado correto. Dos 110 alunos, 7 não resolveram esse problema.

Essa constatação nos leva a olhar com cuidado os 28 alunos dessas turmas que ainda não se apropriaram dessa ideia.

Configuração Retangular

A Configuração Retangular apresenta problemas com situações relacionadas ao cálculo de área de um retângulo, em que o resultado é representado pelo produto da

multiplicação de uma linha por uma coluna desta figura geométrica, no caso do 6º ano usando grandezas discretas.

Quadro 8 – Problema do instrumento de pesquisa da Configuração Retangular

<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>
Em uma sala de cinema, há 18 poltronas em cada fileira. Na exibição de um filme, todas as 216 poltronas foram ocupadas. Quantas fileiras há nesta sala de cinema?	O problema apresentado para a sondagem apresenta o dado final, resultado da multiplicação, e solicita a descoberta de um dos fatores dessa multiplicação e pode ser resolvido pela divisão $216 \div 18$.

Fonte: Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p.20.

A tabela 3, que vem a seguir organiza os acertos e erros dos estudantes por turma conforme as categorias de análise da Sondagem de Matemática junto a Configuração Retangular.

Tabela 3 – Acertos por turma – Problema da Configuração Retangular
Organização dos dados com o problema da Configuração Retangular
Quantidade de acertos por turma

6ºA		6ºB		6ºC		6ºD		Total
IER	6	IER	10	IER	10	IER	17	43
IE	7	IE	1	IE	1	IE	3	12
IR	2	IR	2	IR	3	IR	1	8
I	4	I	9	I	4	I	0	17
NA	9	NA	7	NA	5	NA	2	23
NR	0	NR	2	NR	3	NR	2	7

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Os dados apresentados na tabela mostram uma quantidade de acertos bem menor do que no problema 5, talvez por ele ser solucionado por uma divisão, e por apresentar o produto e solicitar um dos fatores. Dos 110 protocolos, 43 alunos identificaram a ideia, apresentaram corretamente a estratégia de resolução e o resultado do problema. Ainda compreendendo a ideia do problema encontramos 12 alunos que identificaram corretamente e realizaram a operação que resolve o problema, mas erraram o resultado.

Outros 8 alunos identificaram a operação e erraram a estratégia colocando apenas o resultado. Consta ainda que 17 estudantes identificaram a operação que resolve o problema, mas não acertaram sua resolução e 30 alunos não compreenderam a ideia envolvida no problema.

Esses dados apontam fragilidades dos alunos do 6º ano com relação a ideia multiplicativa e a necessidade de analisar qualitativamente essas resoluções para depois pensar na formação dos professores.

A categoria do Isomorfismo de Medidas

Segundo Vergnaud (1994), o Isomorfismo de Medidas é uma categoria que possui situações com a proporcionalidade simples e direta entre as grandezas. Os problemas desta categoria podem ser resolvidos com a multiplicação ou a divisão, por meio do raciocínio proporcional, afim de comparar as grandezas.

Proporcionalidade

O problema apresentado no instrumento envolve a ideia de proporcionalidade com a relação muitos a muitos. Ele pode ser resolvido por redução à unidade com duas operações, uma de divisão e outra de multiplicação.

Quadro 9 – Problema do instrumento de pesquisa da relação Muitos a Muitos

<i>Enunciado</i>	<i>Estratégia de Resolução</i>
Com 64 reais, consigo comprar dezesseis barras de chocolate de mesmo valor. Com 48 reais, quantas dessas barras eu conseguiria comprar?	Este problema é resolvido com a operação $48 \div 4$.

Fonte: Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p.20.

A tabela, a seguir, organiza os acertos e erros dos estudantes por turma.

Tabela 4 – Acertos por turma – Problema da relação Muitos a Muitos
Organização dos dados com o problema da relação Muitos a Muitos
Quantidade de acertos por turma

	6ºA	6ºB	6ºC	6ºD	Total			
IER	5	IER	4	IER	6	IER	8	23
IE	2	IE	2	IE	3	IE	1	8
IR	3	IR	1	IR	1	IR	1	6
I	2	I	7	I	6	I	3	18
NA	15	NA	13	NA	8	NA	9	45
NR	1	NR	3	NR	4	NR	2	10

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Embora seja um problema que envolvem a ideia de proporcionalidade, a quantidade de acertos dos alunos do 6º ano é bastante pequena, 23 estudantes, o que pode indicar que é preciso ter muita atenção nas aulas com esse tipo de problema, pois envolve o pensamento proporcional, que deve ser construído ao longo do Ensino Fundamental. A tabela 4 mostra que 8 alunos compreenderam a ideia, utilizaram a estratégia correta, mas erraram o resultado; 6 alunos identificaram a ideia, mas não utilizaram a estratégia correta apresentando apenas o resultado. Outros 18 apresentam indicativos de compreender a ideia envolvida no problema. Chama a atenção a quantidade de alunos que mostram não compreender a ideia (45) e a quantidade de alunos que não responderam (10), o que totalizam juntos 50% do total de protocolos analisados.

Multiplicação Comparativa

As situações da Multiplicação Comparativa têm problemas de proporção simples com uma relação ternária que compara grandezas de mesma natureza através da multiplicação ou da divisão, com significado de proporcionalidade.

Quadro 10 – Problema do instrumento de pesquisa da Multiplicação Comparativa

<i>Enunciado</i>
Em um ônibus de viagem cabem 42 passageiros sentados, que é o triplo de passageiros que cabem em um transporte escolar. Quantos passageiros cabem nesse transporte escolar?

Fonte: Documento Orientador para Sondagem de Matemática (2018), p.20.

Nesse problema, os estudantes deveriam reconhecer o significado da palavra triplo. O que talvez dificultou os alunos na resolução é que o problema não exigiu a ideia do triplo e sim os estudantes deveriam calcular a terça parte.

Tabela 5– Acertos por turma – Problema da Multiplicação Comparativa

Organização dos resultados com a relação da Multiplicação Comparativa

6ºA		6ºB		6ºC		6ºD		Total
IER	3	IER	3	IER	2	IER	10	18
IE	0	IE	0	IE	0	IE	1	1
IR	0	IR	1	IR	2	IR	0	3
I	18	I	17	I	16	I	10	61
NA	4	NA	7	NA	7	NA	1	19



NR 2 NR 1 NR 2 NR 3 8

Fonte: elaborado pelo pesquisador

Este foi o problema que os estudantes tiveram maior dificuldade. Apenas 18 identificaram a operação que resolve o problema, compreendendo relações entre triplo e terça parte, utilizaram a estratégia adequada e chegaram ao resultado correto. Há um número significativo de alunos que mostram compreender a ideia de triplo, mas não resolvem corretamente, pois deveriam calcular a 3ª parte. Além disso, há 19 estudantes que não compreenderam o problema e outros 8 que não resolveram.

Esses resultados apontam para uma análise qualitativa dos protocolos para verificar as dificuldades encontradas e a partir dessa análise, organizar discussões com professores no sentido de proporcionar atividades que permitam avanços dos alunos nesse significado.

Algumas considerações relevantes sobre esta pesquisa

Neste artigo, registramos a análise quantitativa desta pesquisa, como mencionamos anteriormente, e apresentamos algumas conclusões que serão melhor evidenciadas após a análise dos dados qualitativos.

Organizamos os resultados dos estudantes da Sondagem de Matemática da Resolução de Problemas por turmas, e estes dados revelaram aspectos importantes sobre a aprendizagem dos mesmos, mas não apresentam distorções em quantidades de acertos ou de erros em uma determinada turma. A totalização dos dados revela uma situação preocupante com a ideia de proporcionalidade, tanto na relação muitos a muitos como na multiplicação comparativa, mostra que a abordagem dessa ideia ainda não está adequada à faixa etária.

Cabe destacar que os documentos curriculares dessa rede apontam para o desenvolvimento de problemas com o significado de isomorfismo (proporcionalidade e multiplicação comparativa) desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, seria interessante analisar quantitativamente os dados dos instrumentos que envolvem os problemas do campo multiplicativo nos outros anos de escolaridade e comparar não apenas os resultados, mas os tipos de problemas propostos.

Consideramos que talvez fosse interessante como instrumento de sondagem propor problemas em que os enunciados permitam uma resolução direta após a identificação da ideia e outros que permitam resoluções com operações inversas como é o caso dos problemas 6 e 8. A comparação desses resultados vai dar pistas ao professor se a apropriação da ideia só acontece em situações diretas e a partir desses dados trabalhar com outros tipos de problemas.

Sobre os alunos que não realizaram nenhum registro como resposta dos problemas ou que seus métodos não são válidos, concluímos que estes foram incapazes de compreender a ideia multiplicativa que soluciona o problema.

Os argumentos que Saiz (1996) traz sobre este fato é que os mesmos não têm condições de abstrair da situação seu significado, distanciando-se do domínio da compreensão para resolver um problema.

Esta pesquisa busca contribuir com o aperfeiçoamento do ensino das Estruturas Multiplicativas, e trazer o esclarecimento que a multiplicação não está relacionada unicamente com a adição de parcelas iguais e a um único campo numérico, mas que as operações do Campo Multiplicativo têm alguns significados e a apropriação desses significados com suas variáveis trazem novas possibilidades para o trabalho didático com os estudantes. Além disso, consideramos que os dados referentes à sondagem também contribuem muito para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base nacional comum curricular: matemática*. Brasília: MEC, 2015.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Porto Alegre: Artmed, 2010.

GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. São Paulo: Atlas, 1999.

GITIRANA, V.; CAMPOS, T.M.M.; MAGINA, S.; SPINILLO, A. (2014). *Repensando Multiplicação e Divisão: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. - 1. ed. - São Paulo: PROEM.

- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. *Metodologia científica*. 5.ed. São Paulo: Atlas, 2007.
- SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Currículo da cidade: Ensino Fundamental: Matemática*. São Paulo: SME/COPED, 2017.
- SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Orientações didáticas do currículo da cidade: Matemática – volume 1*. – 1.ed. – São Paulo: SME/COPED, 2018.
- SÃO PAULO (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. *Documento orientador para sondagem de Matemática: Ciclo de Alfabetização e Interdisciplinar – Ensino Fundamental*. – São Paulo: SME / COPED, 2018.
- SAIZ, I. Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. P. 156-185.
- VERGNAUD, G. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991. VERGNAUD, G. *Théorie des Champs Conceptuels*. Recherches em Didactique des Mathématiques, Grenoble, 1990.
- VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. *Didáctica das matemáticas*. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. P. 155-191.
- VERGNAUD, G. (1994). Multiplicative Conceptual Field: what and why? In: HAREL, G.; CONFREY, J. *The development of multiplicative reasoning in the learning of Mathematics*. New York: State of New York Press.
- VERGNAUD, G. *A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar*. Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.
- VERGNAUD, G. Secretaria Municipal de Educação. *Orientações curriculares e proposição de expectativas de aprendizagem para o ensino fundamental: ciclo II: Matemática*. São Paulo: SME/DOT, 2007.
- ZARAN, M. L. O. *Uma análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano do ensino fundamental em relação à problemas de estruturas multiplicativas*. 2013. 172 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) -Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.